

4. 機械分野における安全係数

Safety Factor in Mechanical Engineering Field

キーワード：安全係数，安全率，許容応力，塑性崩壊，部分安全係数

Key words : Safety Factor, Allowable Stress, Plastic Collapse, Partial Safety Factor

小林英男 Hideo KOBAYASHI / 横浜国立大学 Yokohama National University

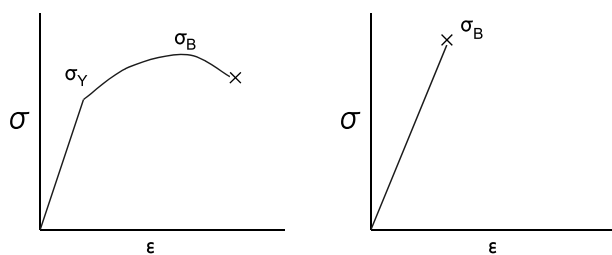
4.1 はじめに

機械分野における安全係数 (safety factor) を解説する。安全係数は安全率ともいう。安全率の方がむしろ一般的であるが、factorを率 (rate) とするのは、明らかな誤訳である。ここで、あえて安全係数というのには理由がある。最近、アメリカ機械学会 (ASME) ボイラと圧力容器規格では、原子力発電用機器の設計規格 (Sec. III)¹⁾の安全係数を設計係数 (design factor) に、供用期間中検査規格 (Sec. XI)²⁾の安全係数を構造係数 (structural factor) に名称変更した。すなわち、安全係数は設計ばかりでなく供用期間中検査にもあり、両者で目的と数値は異なり、これを混同してはならないのである。また、設計率と構造率では様にならない。以下では、設計の安全係数を対象とする。

4.2 塑性崩壊に関する安全係数

機械分野では伝統的に、材料の基準強度に関する裕度を、安全係数と称してきた。これを古典的な安全係数ということにする。基準強度とは、機器の設計で想定する破壊モードに対応する強度のことで、具体的には降伏応力、引張強さ、疲労強度などがある。

材料の引張試験における応力 σ -ひずみ ϵ 関係を図1に示す。図-1(a)の延性破壊の場合、 σ - ϵ 関係は降伏応力 σ_Y を境として、それ以前の直線関係 (弾性変形) とそれ以後の上に凸の曲線関係 (塑性変形、ひずみ硬化) で表示できる。上に凸の曲線関係の最大応力が引張強さであり、この点から塑性変形が局所化し (延性不安定)、応



(a) 延性破壊

(b) 脆性破壊

図-1 材料の応力 σ -ひずみ ϵ 線図

力が低下して破壊に至る。これを単純化するために、材料の σ - ϵ 関係を図-2(a)に示す弾完全塑性体で近似する。弾完全塑性体では、応力 σ が降伏応力 σ_Y に達すると延性不安定となり、これを塑性崩壊という。

機器の代表例として、圧力容器を取り上げる。圧力容器の胴に生ずる応力の肉厚方向分布を図-3に示す。図-3(a)は実際の実験結果による非線形応力分布、(b)はこれを線形近似した応力分布であり、線形応力分布は(c)のように引張応力成分と曲げ応力成分に分離できる。したがって、圧力容器の胴を梁にモデル化することで、梁の塑性崩壊の解を圧力容器の塑性崩壊の問題に適用できる。

梁は降伏応力 σ_Y の弾完全塑性体で、矩形断面の寸法は幅 b 、高さ h とする。図-4を参照して、塑性崩壊の軸力 (引張り) は、次式で与えられる。

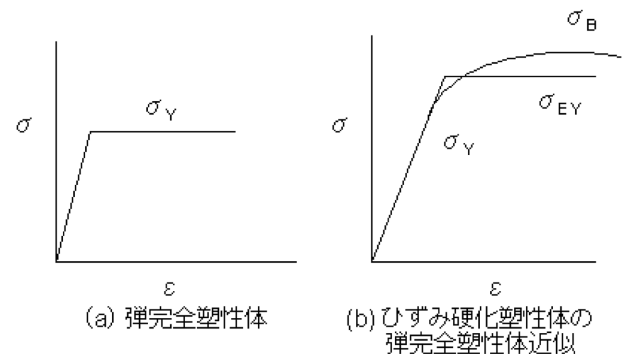


図-2 弾完全塑性体

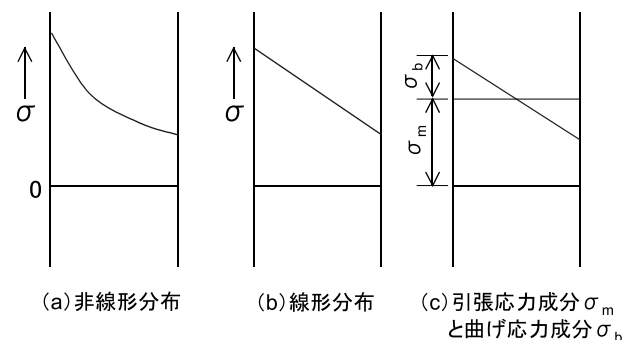


図-3 圧力容器の胴に生ずる応力の肉厚方向分布

$$F_Y = \sigma_Y b h \quad \dots\dots\dots(1)$$

塑性崩壊の曲げモーメントは、次式で与えられる。

$$M_D = \frac{\sigma_Y b h^2}{4} \quad \dots\dots\dots(2)$$

軸力Fと曲げモーメントMの同時負荷による塑性崩壊条件は、次式で与えられる。

$$\left(\frac{F}{F_Y}\right)^2 + \frac{M}{M_D} = 1 \quad \dots\dots\dots(3)$$

塑性崩壊条件は弾性変形の範囲を超えているが、見掛け上、応力を弾性変形の範囲として表示する。引張応力は次式である。

$$P_m = \frac{F}{b h} \quad \dots\dots\dots(4)$$

曲げ応力は次式である。

$$P_b = \frac{6M}{b h^2} \quad \dots\dots\dots(5)$$

式(1), (2), (4), (5)を式(3)に代入すれば、次式が得られる。

$$\frac{P_b}{\sigma_Y} = \frac{3}{2} \left[1 - \left(\frac{P_m}{\sigma_Y} \right)^2 \right] \quad \dots\dots\dots(6)$$

式(6)を図示した結果を図-4に曲線ABCとして示す。曲線ABCの外側の条件では塑性崩壊し、内側の条件では塑性崩壊しない。図-4の縦軸は $P_b + P_m$ 、横軸は P_m であるから、縦軸上は P_b の値を示している。すなわち、A点は曲げモーメントのみの塑性崩壊条件であり、次式で与えられる。

$$P_b = 1.5 \sigma_Y \quad \dots\dots\dots(7)$$

一方、 $P_b = 0$ となるC点は引張応力のみの塑性崩壊条件であり、次式で与えられる。

$$P_m = \sigma_Y \quad \dots\dots\dots(8)$$

塑性崩壊に関する許容限界は図-4において原点0を中心として、曲線ABCを相似縮小することで設定できる。縮小率の逆数が安全係数となる。一方、実際の設計条件では、塑性変形を許容せず、応力を弾性変形の範囲に制限する。すなわち、許容限界の縦軸の値はA点に対

して安全係数1.5のA'となり、次式で与えられる。

$$P_m + P_b = \sigma_Y \quad \dots\dots\dots(9)$$

曲線ABCを縮小率1/1.5で相似縮小した曲線はA'点とC'点を通る。したがって、許容限界の横軸の値はD点に対して安全係数1.5のD'点となり、次式で与えられる。

$$P_m = \frac{\sigma_Y}{1.5} \quad \dots\dots\dots(10)$$

以上の結果から、安全係数1.5の塑性崩壊に関する許容限界と弾性変形の範囲の制限の両方を満足するのは、図4に示す直線A'C'と直線C'D'で囲まれたハッチング領域であることがわかる。

以上では、材料の $\sigma - \epsilon$ 関係は、図-2(a)に示す降伏応力 σ_Y の弾完全塑性体で近似した。実際の $\sigma - \epsilon$ 関係は、図2(b)のようにひずみ硬化を示す。ひずみ硬化を考慮する場合には、有効降伏応力 σ_{EY} の弾完全塑性体で近似する。 σ_{EY} は次式で与えられる。

$$\sigma_{EY} = \frac{\sigma_Y + \sigma_B}{2} \quad \dots\dots\dots(11)$$

ここで、 σ_B は引張強さである。ひずみ硬化を最大限に考慮する場合には、 σ_{EY} を次式にすればよい。

$$\sigma_{EY} = \sigma_B \quad \dots\dots\dots(12)$$

式(11), (12)の σ_{EY} を用いる場合には、前述した式(1)~(10)の σ_Y を σ_{EY} に置き換えればよい。

4.3 許容応力と安全係数

機器の設計では、応力を想定する破壊モードに対応する基準強度以下に制限する。前章で示したように、塑性崩壊に対応する基準強度が降伏応力であり、裕度が安全係数となる。しかし、機械分野では慣習的に許容応力の概念を用い、安全係数は表舞台に現れないことが多い。

圧力容器の設計規格を例にとる。設計では、引張応力 σ_m と曲げ応力 σ_b を以下に制限する。

$$\sigma_m < \sigma_a \quad \dots\dots\dots(13)$$

$$\sigma_b < 1.5 \sigma_a \quad \dots\dots\dots(14)$$

ここで、許容応力 σ_a は次式で定義される。

$$\sigma_a = \min \left[\frac{\sigma_Y}{1.5}, \frac{\sigma_B}{S} \right] \quad \dots\dots\dots(15)$$

σ_a は $\sigma_Y/1.5$ と σ_B/S のいずれか小さい値となる。ここで、 σ_Y は降伏応力、 σ_B は引張強さ、Sは安全係数であり、Sの数値は後述する。より正確には、設計温度が室温以上の高温であれば、室温の σ_Y 、 σ_B と高温の σ_Y 、 σ_B の4つの場合の結果を比較して、最小値が σ_a である。 σ_a の数値は設計規格の許容応力表に示されているが、4つの場合のいずれの結果であるかは明示されていない。また、室温の σ_Y 、 σ_B は材料規格に規定されている最小値を用い、高温の σ_Y 、 σ_B は必ずしも実測値ではない。

式(15)において、 $\sigma_Y/1.5$ は前章で示したように、応力を弾性変形の範囲とする制限である。 σ_B/S は式(12)を参照すれば、ひずみ硬化を最大限に考慮し、裕度を設定したことになる。

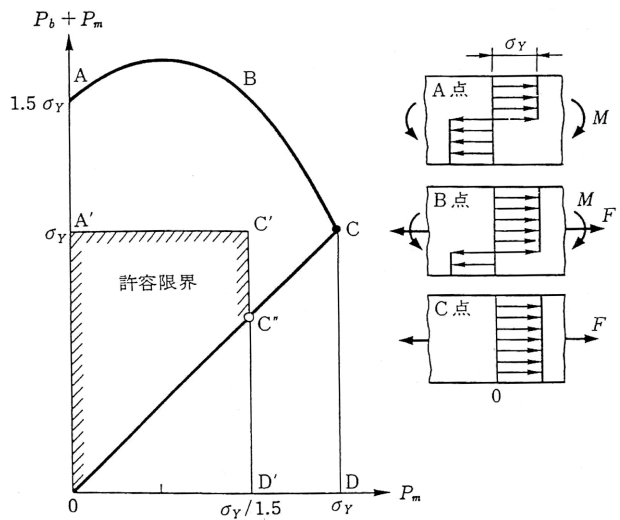


図-4 塑性崩壊と許容限界

また、材料が延性破壊ではなく、図-1(b)に示す脆性破壊をする場合には、 σ_B は破壊応力とみなせるから、脆性破壊という破壊モードに対応する基準強度となる。想定する複数の破壊モードのすべてに、対応する基準強度と安全係数を設定することは繁雑である。そこで、塑性不安定と破壊という究極の破壊モードに対応する基準強度である引張強さ σ_B を代表に選び、これに高い安全係数を設定することで、他の破壊モードを考慮しない代償とする。例えば、疲労という破壊モードに対応する基準強度は疲労限度 σ_w であり、疲労強度に関する安全係数を2とすれば、許容応力 σ_a は次式で与えられる。

$$\sigma_a = \frac{\sigma_w}{2} \dots\dots\dots(16)$$

一方、鉄鋼材料の σ_w は、 σ_B と次式の関係にある。

$$\sigma_w = \frac{\sigma_B}{2} \dots\dots\dots(17)$$

したがって、次式が成立する。

$$\sigma_a = \frac{\sigma_B}{4} \dots\dots\dots(18)$$

すなわち、 σ_B の安全係数を4とすれば、同時に疲労破壊に関する安全係数2も確保できることになる。実際に、疲労解析を要求しない設計では σ_B の安全係数は高くとり、疲労解析を要求する設計では σ_B の安全係数を低くする。

基本的な設計の考え方は、公式による設計 (design by rule) と解析による設計 (design by analysis) に大別できる。圧力が低い場合には公式による設計を採用し、圧力が高い場合には解析による設計を採用する。公式による設計では、構造と応力の計算式が経験的に与えられている。そして、起こり得るすべての破壊モードを想定せずに、基準強度を σ_B で代表させて大きい安全係数を設定し、他の破壊モードに対する安全性を確保する。一方、解析による設計では、起こり得るすべての破壊モードを想定し、詳細応力解析を実施して、応力制限と温度制限を行う。結果として、 σ_B に関する安全係数を小さく設定できる。また、設計に自由度があり、合理性を追求できる。なお、公式による設計と解析による設計では、基本的な設計の考え方のみならず、材料、製造、検査に関する要求も異なる。

解析による設計では、さらに機器の状態分類を導入する。機器の運転状態によって、荷重の大きさと発生頻度は異なる。発生頻度が高い状態ほど、荷重が低くても安全係数は大きく設定される。複数の状態分類の結果を総合して、設計が完了する。すなわち、解析による設計では、多種多様の安全係数がある。

上述した公式による設計と解析による設計という基本的な設計の考え方は、ASMEボイラと圧力容器規格の一般圧力容器の設計規格 (Sec. VIIIのDiv. 1とDiv. 2)³⁾⁴⁾で体系化されてきた。我が国では、JIS圧力容器設計規格のB8265⁵⁾とB8266⁶⁾がこれに対応する。

圧力容器設計規格における式(14)の σ_B に関する安全係数Sの変遷を表1に示す。ASME規格Div. 1のSが4から3.5に、ASME規格Div. 1のSが3から2.4に引き下げられた。Sの数値にかかわらず σ_B/S の値は $\sigma_Y/1.5$ の値よりも小さく、 σ_a は事実上 σ_B で定まる。Sの引き下げは、脆性破壊という破壊モードに対処するために、材料の靱性が確保されたことによる。ただし、欧州連合格規EN13445火なし圧力容器⁷⁾における式(15)の σ_B は、室温の値のみが対象である。ASME規格Div. 2も、これに整合を図っている。しかも、ASME規格Div. 2とEN13445は、従来の公式による設計と解析による設計という区分、言い換えれば圧力容器区分を超えて適用が可能となった。我が国でも、JIS B 8265とB8266に変えてASME規格Div. 1をB 8267として、ASME規格Div. 2をB8268として導入する検討が進められている⁸⁾。

ASME規格の許容応力は引張強さ基準で、材料規格も引張強さ基準であった。一方、欧州連合格規の許容応力は降伏応力基準で、材料規格も降伏応力基準であった。現在、ASMEと欧州連合の国際規格をめぐる綱引きが続いている。

4.4 信頼性設計における安全係数

(1) 信頼性設計における安全係数

機械分野では、古典的安全係数とは別に、信頼性設計における安全係数が用いられることがある。信頼性設計では、信頼度 (または破壊確率) を指標として、安全係数を設定する。

信頼性設計では、応力 σ を確率変数 x として取り扱う。確率密度関数を $f(x)$ とすれば、次式が成立する。

$$\int_0^\infty f(x)dx = 1 \dots\dots\dots(19)$$

確率分布関数 $F(x)$ は、次式となる。

$$F(x) = \int_0^x f(x)dx \dots\dots\dots(20)$$

同様に、基準強度 σ_c を確率変数 x として取り扱う。確率密度関数を $g(x)$ とすれば、次が成立する。

表1 圧力容器設計規格における式(14)に関する安全係数Sの変遷

規格名称	安全係数	
	公式による設計	解析による設計
JIS B 8265 (旧 ASME 規格 Div. 1)	4	
JIS B 8266 (旧 ASME 規格 Div. 2)		3
ASME 規格 Div. 1 (JIS B 8267)	3.5	
ASME 規格 Div.2	2.4	
EN 13445	2.4	

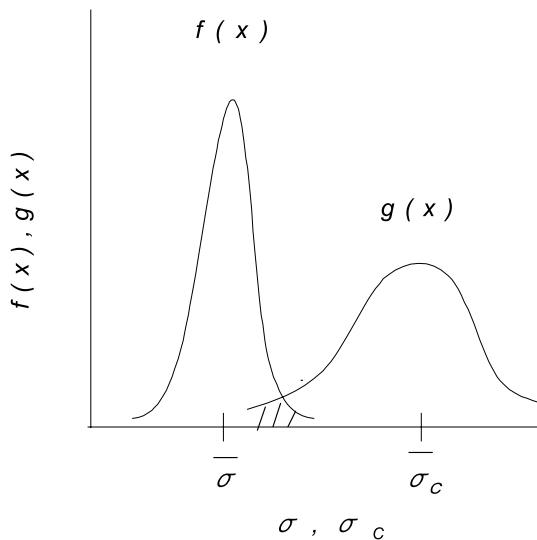


図-5 応力と基準強度の頻度分布

$$\int_0^{\infty} g(x)dx = 1 \quad \dots\dots\dots(21)$$

確率分布関数G(x)は、次式となる。

$$G(x) = \int_0^x g(x)dx \quad \dots\dots\dots(22)$$

応力 σ の確率密度関数 $f(x)$ と基準強度 σ_c の確率密度関数 $g(x)$ を比較して図-5に示す。応力分布の中央値 $\bar{\sigma}$ は、基準強度分布の中央値 $\bar{\sigma}_c$ よりも小であるが、両方の分布の裾野において、必ず $\sigma > \sigma_c$ となるハッチングで示す領域が存在する。すなわち、応力と基準強度の確率分布が与えられれば、破壊確率は一義的に定まる。破壊確率Fは、次式で与えられる。

$$F = \int_0^{\infty} G(x)f(x)dx \quad \dots\dots\dots(23)$$

$$G(x) = 1 - \int_x^{\infty} g(x)dx = \int_0^x g(x)dx \quad \dots\dots\dots(24)$$

そして、破壊確率を指定すれば、基準強度分布の中央値 $\bar{\sigma}$ と応力分布の中央値 $\bar{\sigma}$ の比として、安全係数Sが一義的に定まる。

$$S = \frac{\bar{\sigma}_c}{\bar{\sigma}} \quad \dots\dots\dots(25)$$

当然、破壊確率を低く指定すれば、安全係数は大きく設定されることになる。しかし、応力と基準強度の確率分布は不明確である場合が多く、実際の適用例は少ない。

(2)部分安全係数

信頼性設計では、上記の安全係数をさらに発展させ、システム全体の目標信頼性を設定し、この目標を達成するために、それぞれの設計変数の安全係数を決定できる。この安全係数を部分安全係数 (partial safety factor) という。数学的展開の詳細は省略する。

部分安全係数は、従来の安全係数 (古典的安全係数と信頼性設計における安全係数) を応力、基準強度、社会に分離し、合理的な設定を可能としたもので、特に指標として信頼性に代わるリスク (破壊確率×影響度) の導入が容易である。すなわち、式(25)を次式のように書き直す。

$$S = S_1 S_2 S_3 \frac{\bar{\sigma}_c}{\bar{\sigma}} \quad \dots\dots\dots(26)$$

上式は、次式の方がわかりやすい。

$$S_1 \bar{\sigma} = \frac{1}{S_2 S_3} \bar{\sigma}_c \quad \dots\dots\dots(27)$$

ここで、 S_1 は応力の安全係数 (割増し係数)、 S_2 は基準強度の安全係数 (割引き係数)、 S_3 は社会的影響の安全係数 (割引き係数) である。

部分安全係数は土木・建築分野での適用が進んでいる。機械分野でも積極的な導入が図られつつある⁹⁾。

参考文献

- 1) ASME Boiler & Pressure Vessel Code, Sec. III, Construction of Nuclear Power Plant Components, (2001).
- 2) ASME Boiler & Pressure Vessel Code, Sec. XI, Rules for In-service Inspection of Nuclear Power Plant Components, (2001).
- 3) ASME Boiler & Pressure Vessel Code, Sec. VIII, Construction of Pressure Vessel, Div. 1, (2001)
- 4) ASME Boiler & Pressure Vessel Code, Sec. VIII, Construction of Pressure Vessel, Div. 2, (2007)
- 5) JIS B 8265, 圧力容器の構造—一般事項, (2003), 日本規格協会。
- 6) JIS B 8266, 圧力容器の構造—特定規定, (2003), 日本規格協会。
- 7) EN13445, Fireless Pressure Vessel, (2004)
- 8) JIS B 8267, 圧力容器の設計, (2008), 日本規格協会。
- 9) 酒井信介, 小林英男, 日本機械学会誌, 106-1020(2003), 853-856。

(原稿受付2007年12月25日, 原稿受理2007年12月28日)