

2. FEMによる地すべり解析の基礎理論

Fundamental theories of FEM for landslide analysis

西村伸一／岡山大学大学院自然科学研究科
Shin-ichi NISHIMURA / Graduate School of Natural Science
and Technology, Okayama University

藤井弘章／環境地盤防災工学研究所
Hiroaki FUJII / Geoenvironmental and Disaster Prevention
Institute

堀 俊男／(株)ウエスコ
Toshio HORI / WESCO, Co., Ltd.

キーワード：弾粘塑性モデル，超過応力モデル，変位予測

Key words : elasto-viscoplastic model, over stress model, deformation prediction

2.7 クリープ現象の数理モデル

2.7.1 はじめに

地すべり挙動は，通常，時間と共に進行し，粘性的であると考えることができる。通常は，一定の応力下で変形が生じるため，クリープ現象と解釈することも可能である。この挙動を予測しようとする場合，時間項を導入したモデル化が必要となる。有限要素法等の連続体力学を基本とした数値解析法を用いて地すべり挙動の予測をしようとした場合，粘性項を導入した構成式を用いるのが便利である。ここでは，弾粘塑性構成則を用いる場合について考察を行っている。弾粘塑性モデルの数学的な枠組みとしては，超過応力モデルと流動曲面モデル等（例えば1））を挙げることができる。これらのモデルの特性の相違などは，専門書に譲ることとし，ここでは，一方の超過応力モデルを用いた解析例を示す。

弾粘塑性モデルを適用しようとする場合，地盤の弾性定数，強度定数，流動性パラメータ（材料の粘性特性を支配する）を決定する必要がある。室内材料試験からすべてのパラメータを決定できれば便利であるが，難しいと考えられる。一方，地すべり現場では，一般に変位計測がなされている。ここでは，室内試験結果と現場計測結果を用いる折衷案を採用する。即ち，弾性定数，強度定数は実験結果から決定するが，流動性パラメータは現場実測値が計算値に一致するように決定することとする。

有限要素法を用いた解析の利点は，複雑な材料物性と境界条件を取り扱えることと，その変化を解析に容易に取り込めることである。ここでは，排土工と地下水排除工の効果を解析に取り入れることを試みている。具体的には，排土工に対しては境界条件を変化させ，地下水排除工に対しては強度特性を変化させることによってその効果が考慮されることになる。

2.7.2 弾粘塑性モデル²⁾

ここでは，弾粘塑性モデルについて簡単に解説する。

弾粘塑性理論においては，ひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ は，弾性ひず

み速度 $\dot{\epsilon}^e$ および粘塑性歪み速度 $\dot{\epsilon}^{vp}$ の和として次式で与えられる。

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^{vp} \dots\dots\dots(1)$$

このモデルは一次元的に表現すると，模式的に図-1の様に表される。これによると，応力が降伏応力を越えたとき，粘塑性ひずみが超過応力によって生じることになる。多次元の問題概念を拡張すると，応力テンソルの時間微分 $\dot{\sigma}_{ij}$ ，（ $i, j = 1, 2, 3$ ）が次式で与えられる。

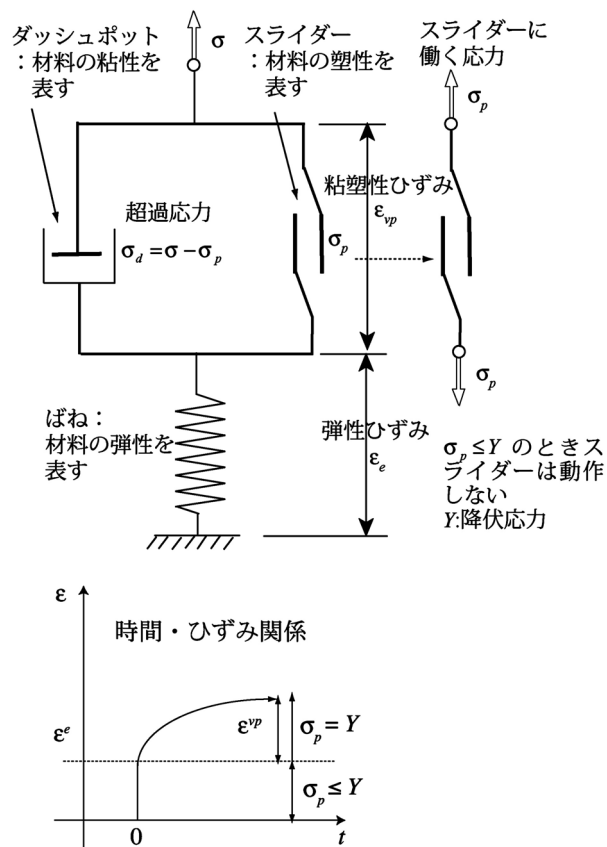


図-1 一次元弾粘塑性モデル⁵⁾

$$\dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} \dots\dots\dots(2)$$

ここで、 D_{ijkl} は、弾性応力・ひずみテンソルである。

また、超過応力モデルを用いると粘塑性ひずみ速度は、次式で与えられることになる。

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = \gamma \langle \Phi(F) \rangle \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} \dots\dots\dots(3)$$

$$\begin{aligned} \langle \Phi(F) \rangle &= 0 & (F < 0) \\ \langle \Phi(F) \rangle &= \Phi(F) & (F \geq 0) \end{aligned} \dots\dots\dots(4)$$

γ ：流動性パラメータ

$\Phi(F)$ ：流れ関数

F ：降伏関数

Q ：塑性ポテンシャル関数

ここで、降伏関数としては、土の破壊基準として通常用いられるモール・クーロンの破壊基準を用いることとする。その場合、関数 F は次の式で与えられる。

$$F = \sin \phi' \cdot \sigma_m - \left(\cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \phi' \sin \theta \right) \sqrt{J_2} + c' \cos \phi' \dots\dots\dots(5)$$

ϕ' ：有効応力に基づく内部摩擦角

c' ：有効応力に基づく粘着力

$$\sigma_{ij}' = \sigma_{ij} - \delta_{ij} u \dots\dots\dots(6)$$

σ_{ij}' ：有効応力 σ_{ij} ：全応力 u ：間隙水圧

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{ij}'}{3} \quad s_{ij} = \sigma_{ij}' - \delta_{ij} \sigma_m$$

$$J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} \quad J_3 = \frac{1}{3} s_{ij} s_{jk} s_{ki}$$

$$-\frac{\pi}{6} \leq \theta = \frac{1}{3} \sin^{-1} \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \right) \leq \frac{\pi}{6} \dots\dots\dots(7)$$

本論文では、塑性ポテンシャル関数として、 $Q = F$ という最も簡便な仮定（関連流れ則）を設けている。ただし、関連流れ則を用いた場合、ダイレイタンシーにより過大な体積膨張を生じる場合がある。このような場合は、非関連流れ則を用いるべきである。例えば、塑性ポテンシャル関数として、降伏関数と同型の次式を用いることができる³⁾。

$$Q = \sin \psi \cdot \sigma_m - \left(\cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \psi \sin \theta \right) \sqrt{J_2} + k \dots\dots\dots(8)$$

ψ ：ダイレイタンシー角（一般に、 $\psi < \phi$ ） k ：定数

流れ関数として、例えば次の形が与えられる。

$$\Phi(F) = (F/F_0)^n \dots\dots\dots(9)$$

F_0 , n ：流れ関数の形状を決めるパラメータ。

上式によると、応力状態が破壊基準値を大きく上回るほど、塑性ひずみ速度が大きくなることになる。これは、一般的なクリープ破壊（例えば、Sekiguchi, 1984⁴⁾の性質と整合している。ただし、本研究では、現場実測値

から変位速度に関するパラメータを同定することにして、いる。この場合、パラメータ数が少ない方が有利である。そこで、ここでは、次式を仮定することとする。

$$\Phi(F) = 1 \dots\dots\dots(10)$$

この仮定は、終局的な破壊を予測しようとした場合は、実測値に適合しにくいと考えられるが、近い将来の地すべり挙動を予測しようとした場合は十分に有効である。このことは、後の章の例で示される。明らかに、破壊に近づいて行く兆候が見られたときは、式(9)を用いることも可能である。

実際に支配方程式を有限要素法によって空間的および時間的に離散化しようとした場合、様々な方法が考えられる。例えば、Owen and Hinton⁵⁾によって、離散化手法とプログラミング例が示されている。

2.7.3 解析パラメータの決定法

流動性パラメータ γ は地すべりの変位速度を決定づけるパラメータである。実験的にこれを同定するのは難しいと考えられる。本報告では、現場実測値から流動性パラメータを同定し、将来の予測を行うことを提案している。具体的には、計算変位と計測変位の誤差 J が最小になるように試行錯誤によって決定する。

$$J = \sum_{i=1}^{NT} \sum_{j=1}^{NP} \|U_i^j - \bar{U}_i^j\|^2 \dots\dots\dots(11)$$

NT ：同定に用いる時間ステップ数

NP ：同定に用いる変位観測点数

U_i^j , $\bar{U}_i^j$ ：時間ステップ j 、節点 i における解析および観測変位ベクトル

弾粘塑性解析を実施するにあたり、弾性定数である、ヤング率 E およびポアソン比 ν や、強度定数である有効内部摩擦角 ϕ' および有効粘着力 c' が必要であるが、これに関しては、CD一面せん断もしくは三軸圧縮試験、もしくはCU三軸圧縮試験等の室内土質試験から決定することとする。

2.7.4 地すべり対策工の有限要素モデルへの

反映のさせ方

地すべり対策工としては、アンカー工、深礎杭工、排土工、地下水排除工など様々な方法が考えられる。ここでは、後者の2つを取り上げる。弾粘塑性解析を実施することにより、対策工施工後に地すべり挙動がどの程度抑制されるかを予測することができる。

(1) 排土工

排土工は、実際に有限要素をモデルから取り除くことによって表現する。解析上の考慮の仕方を図-2に示す。上図の破線部分から上部が排土される場合を想定する。地盤は、初期応力を有しているので、掘削を行った場合、斜面形状の変化と共に応力状態の釣合を考慮する必要がある。例えば、掘削面上の点Aにおける応力を考える。掘削前には、掘削土塊の重力 W によって初期応力 $\sigma = \sigma_0$

が生じているが、掘削された後は、 $\sigma = 0$ となる。解析上は、掘削面にすべての掘削面上の応力を0とするような表面力を載荷する必要がある。

地盤解析では、弾塑性や弾粘塑性モデルを用いる場合、掘削に関わらず初期応力が必要である。すなわち、これらの解析を行う場合は前もって初期応力を決定しておく必要がある。本研究の事例では、自重を載荷した線形弾性解析によってこれを求めている。本来、実測されるべきものであるが、現実的には難しい課題である。

(2) 地下水排除工

ここで用いている解析法は、基本的に全応力解析である。簡便に滑り土塊によるせん断力を計算するには、この方法が便利である。ただし、強度定数としては、有効応力に基づく、粘着力と内部摩擦角を導入しており、解析では2つの考え方が混在することになっている。ここでは、この2つの考え方を擦り付けるために、すべり面に関連する有限要素には、別途、間隙水圧を付加的な情報として入力するものとしている。すなわち、式(5)に関連する地盤の強度の評価に際しては有効応力が用いられ、モデル全体の応力解析は、全応力に基づくものとする。

地下水排除工の効果は、式(6)の間隙水圧の減少によって考慮されることになる。間隙水圧の計算は、別途、飽和-不飽和浸透流解析によって求めておくことが可能である。また、水位観測による実測値が存在する場合は、解析によらずに、直接、間隙水圧を推定することも可能である。

2.7.5 当モデルの地すべり地への適用事例

(1) 排土工の数値解析事例 (A地区地すべりへの適用)

1) 現況断面の解析と γ の同定

A地区の地すべり^{(6), (7), (8)}は、図-3のように長さ210m、幅120m、地すべり層厚40mの規模である。表-1に各地層の材料定数を示す。そして、現況断面の解析値と孔内傾斜計の実測値から流動性パラメータ γ を同定する。道路施工時期に地すべり末端部の切り土によって初生地すべりが発生したと仮定する。

解析結果から、地すべり冠頭部、中央部、末端部それ

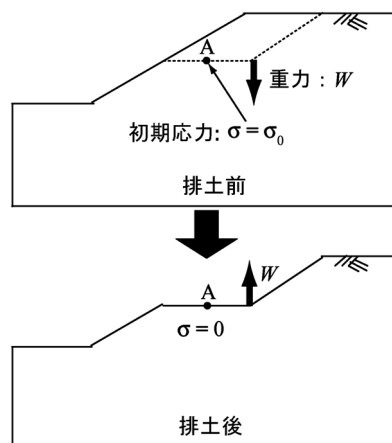


図-2 掘削の考え方

ぞれの傾斜計の実測値に適合する γ は $0.8 \sim 1.2 \times 10^{-5}$ (d^{-1})の範囲に分布し、地点によって若干のバラツキは認められる。すなわち、図-4 実測値×印で示したように、ほぼ 1.0×10^{-5} (d^{-1})に同定できる。以上の解析結果より、 $\gamma = 1 \times 10^{-5}$ (d^{-1})をA地区における流動性パラメータとして採用する。

2) 排土工計画断面における変位予測

ここでは、極限平衡法による計画安全率 F_{sp} により次の2つのケースについて検討した。

・PLAN-1: $F_{sp} = 1.20$ を満たす排土工

・PLAN-2: $F_{sp} = 1.05$ (頭部排土量: PLAN-1の約1/2)

図-5に、地すべりの中央部と末端部におけるすべり面付近における解析結果を示す。概述したように、排土部分の要素を取り除き、新たに地表面を構成する要素の構成節点に対してそれまで作用していた方向とは逆の斜

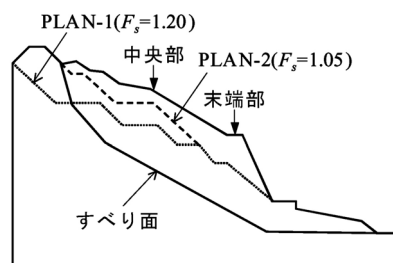


図-3 A地区地すべり断面図 (斜面中の実線破線は、PLAN-1, 2による掘削面を表す)

表-1 A地区地すべり材料定数

	ρ_t	E	ν	c'	ϕ	γ
表層	19.6	18,000	0.31	10,000*	24.6	1.0×10^{-5}
すべり層	23.1	"	"	0	33.4	1.0×10^{-5}
基盤	22.5	5,000,000	0.25	10,000*	45.0	1.0×10^{-5}

ρ_t : 単位体積重量(kN/m^3), E : 弾性係数(kPa),
 ν : ポアソン比, c' : 粘着力(kPa), ϕ : 内部摩擦角($^\circ$),
 γ : 流動性パラメータ(d^{-1})

*: 表層と基盤は破壊しないものと仮定し、便宜的に大きな粘着力を与える

**: 流動性パラメータは現場実測値に基づいて同定した値

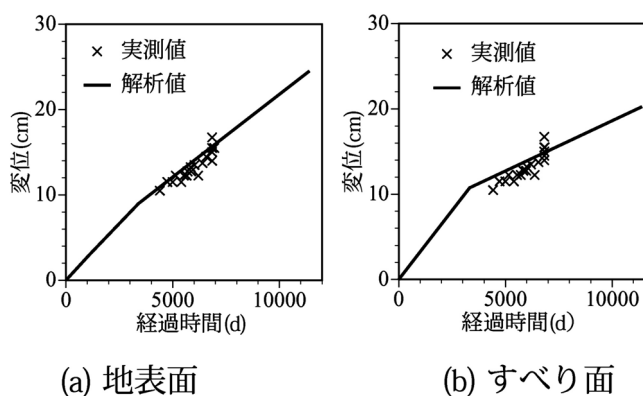


図-4 A地区地すべり中央部実測値と解析値 ($\gamma = 1 \times 10^{-5} d^{-1}$)

面頂部方向に応力をかけている。そのため、排土直後にマイナスの変位が生じている。

排土工事後、地すべり中央部付近では PLAN-1, 2 とともに継続した変位が得られるが、末端部においては、特に計画安全率 $F_s = 1.20$ を満たす PLAN-1 の場合、移動量は大きく減少するものと予測できた。

式(3)を考えると、単一要素の問題では、 $F_s > 1.0$ で、移動量が 0 とならなければならない。実際は、すべり面が通過するすべての要素で $F_s > 1$ が満足されるわけではないので、何らかの変位が生じることになる。また、計画安全率の計算は、通常の円弧すべり解析によるため、すべり面を規定した弾粘塑性解析結果とは、安全率の概念は必ずしも一致しない。

(2) 地下水排除工の解析事例(C地区地すべりへの適用)

1) C地区地すべりの特性

C地区地すべり^{9), 10), 11)}は、図-6に示されるように、長さ600m、幅320m、地すべり層厚60mの規模である。地すべり状況は、伸縮計による移動量の計測によれば $1.4\text{mm/d} \sim 8.3\text{mm/d}$ で、活発な活動の特徴としていた。その計測期間中に実施された地下水排除工(集水井、水抜きボーリング)の施工により、伸縮計移動量は地すべり頭部で 2.50mm/d から 0.70mm/d に、中間部で 1.10mm/d から 0.43mm/d に、末端部で 9.10mm/d から 5.04mm/d に、それぞれ移動量が減少している。

2) C地区における排水対策工の効果

図-7に地すべり冠頭部および中間部における水平方向移動量と時間の関係を示す。現況条件並びに排水対策後の解析値をそれぞれ破線と実線で示し、対策工事前及

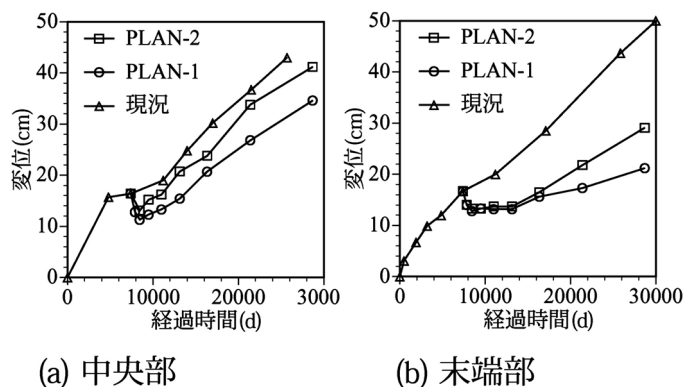


図-5 A地区排土工事後の変位予測(地すべり中央部と末端部)

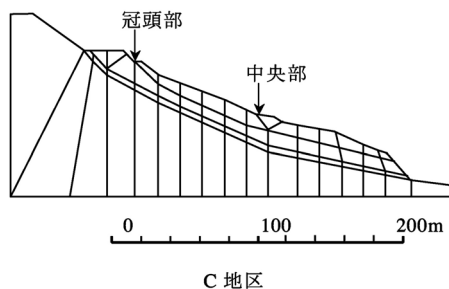


図-6 C地区地すべり有限要素断面図

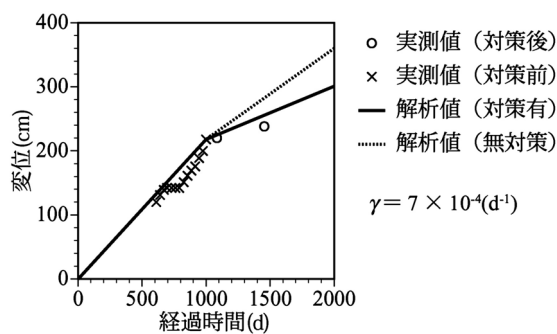
び工事後の実測値を×印と○印で表している。流動性パラメータは、対策前の実測値から $\gamma = 7 \times 10^{-4} (\text{d}^{-1})$ と同定されている。また、解析に際しての間隙水圧条件は既往最高水位条件に設定している。

いずれの地点の解析値とも対策後の移動速度が実測値と概ね一致している。このことから、本解析方法によって間隙水圧条件の変化による地すべり挙動の予測を行えることが確認できた。

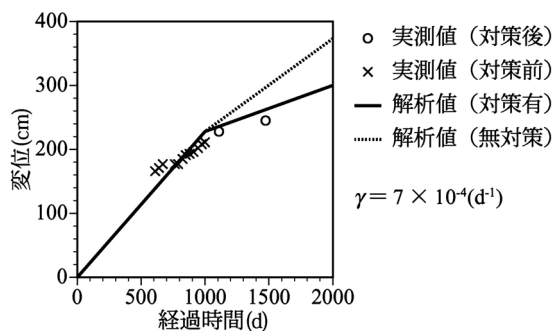
2.7.6 まとめ

本節では、地すべり挙動をクリープ現象と捉え、弾粘塑性モデルを適用し、有限要素法によって変位予測を行う方法を示した。また、解析法を、排土工や地下水排除工の効果予測に適用し、有効性を示した。

このような解析を行う場合、室内試験から解析に必要なパラメータをすべて決定しようとするのは難しい。そこで、変位速度を規定する流動性パラメータは、実測値から同定することとした。実際、地すべり地では、観測されることが多いので、現実的なパラメータの決定法と



(a) 冠頭部



(b) 中間部

図-7 C地区地下水排除工と地すべり挙動予測

表-2 C地区の地すべり特性

地すべり	地すべり層の土質パラメーター			移動状況	
	ρ_t (kN/m^3)	c' (kN/m^2)	ϕ ($^\circ$)	計測方法	移動量 (mm/year)*
C地区	20.0	20.0	23.4	伸縮計	400~3,300

*: 計測期間中の平均的な移動量, 伸縮計の移動量は引張り方向

考えられる。また、実測値から将来の挙動を予測するという点で、情報化施工に適合した方法ともいえる。

将来の破壊予測などに適用しようとした場合、より複雑なモデルが必要となるため、現段階では対応できない。地盤の初期応力や適切な弾粘塑性パラメータを決定するための室内および現場試験法の開発が必要である。また、今回の解析では、初生地すべりの発生時期を決定しているが、実際は同定できない場合が多い。地すべりの発生時期を同定あるいは仮定する方法の開発が望まれるところである。

参考文献

- 1) 松井保・阿部信晴 (1984) : 土の構成式入門 5. 弾塑性理論と適用 (その3), 土と基礎, Vol. 32, No. 1, pp. 71-79.
- 2) Zienkiewicz and Corneau, C. I. (1974) : Visco-plasticity and creep in elastic solids - A unified numerical solution approach, *Int. Journ. for Numerical methods in Engineering*, Vol. 8, pp. 821-845.
- 3) 西村伸一・堀俊男ほか (1994) : 弾粘塑性モデルによる地すべり挙動の解析, 土木学会第49会年次学術講演会論文集, pp. 860-861.
- 4) Sekiguchi, H. (1984) : Theory of undrained creep rupture of normally consolidated clay based on elasto-viscoplasticity, *Soils and Foundations*, Vol. 24, No. 1, pp. 129-147.
- 5) Owen, D. R. J. and Hinton, E. (1980) : *Finite elements in plasticity: Theory and Practice*, Pineridge Press, U. K.
- 6) 藤井弘章・西村伸一・堀俊男・島田清 (1993) : ある地すべり地の弾粘塑性有限要素解析, 地盤と建設 (地盤工学会中国支部論文集), Vol. 11-1, pp. 11-23.
- 7) 藤井弘章・西村伸一・堀俊男・島田清 (1995) : 地すべり挙動の弾粘塑性有限要素解析, 地すべり, Vol. 31-4, pp. 1-8.
- 8) 藤井弘章・堀俊男・西村伸一・島田清 (1992) : 地すべり地における降水量と移動量に関する二・三の考察, 地盤と建設 (地盤工学会中国支部論文報告集), Vol. 10-1, pp. 13-24.
- 9) 網木亮介・中村浩之・伊東和美 (1990) : ある地すべり地における間隙水圧の測定結果とその予測, 平成2年度地すべり学会研究発表会講演論文集, pp. 244-247.
- 10) 飯沼達夫・船崎昌継・矢内剛 (1991) : 大規模地すべりに対する地形・地質的考察, 平成3年度地すべり学会研究発表会講演論文集, pp. 33-36.
- 11) 吉松弘行・竹下道男・市川良輔 (1991) : 静岡県口坂本地すべりの対策工と工事効果, 平成3年度地すべり学会研究発表会講演論文集, pp. 149-152.

(原稿受付2004年2月4日, 原稿受理2004年6月17日)