

2. FEMによる地すべり解析の基礎理論

Fundamental theories of FEM for landslide analysis

若井明彦／群馬大学工学部

Akihiko WAKAI／Faculty of Engineering, Gunma University

キーワード：有限要素法，地すべり，弾塑性，地震時応答，動的

Key words：finite element method, landslide, elasto-plastic, seismic response, dynamic

2.5 地震時安定問題

2.5.1 斜面の全体安全率

一般の地すべりないし急傾斜地での土砂災害の多くは、降雨などによる間隙水圧上昇が主な誘因である。しかし中腹に崩積土を抱え、あるいは構造的に不安定な素因を有する斜面では、地震によりその一部または全部が崩壊して付近に大きな被害をもたらす場合がある。また、豪雨により地盤が緩んでいる時期に大地震が襲ったり、逆に地震による被害を受けた斜面に大量の雨が降ったりすると、複合的な不安定効果により、土砂災害が局地的に同時多発することもある。

ここでは従来の極限平衡法における地震動の取扱い方（震度法）について簡単に触れた後、FEMに基づく地震時問題の解析法（動的弾塑性FEM）について基本的な考え方を紹介する。

2.5.2 本当に墓石が転倒するか

ここで斜面の耐震性について、墓石の転倒問題（若井・鵜飼2003）を例に考えてみよう。斜面に関わらず、構造物の耐震設計は、これまで震度法を中心に発展してきた。地震時に墓石が転倒するメカニズムを簡単に記したのが図-1である。地震動による慣性力（加速度）が墓石に作用（通常は水平成分が大きいので、本図では水平方向にのみ慣性力が作用すると仮定）し、それが墓石の転倒をもたらすような限界の大きさ（モーメント）に達すると、墓石は転倒運動を開始する。図-1の墓石の場合、この限界の加速度は $0.15 \div 0.50 \times \text{重力加速度}$ （ $\approx 9.8 \text{ m/s}^2$ ） $= 2.94 \text{ m/s}^2$ となる。これを斜面安定問題に置き換えて考えると、図-2のように、 2.94 m/s^2 より大きな水平加速度（地震動）が作用すると斜面は安定を保てない（すなわち安全率 $F_s < 1$ ）と判断される。このような考

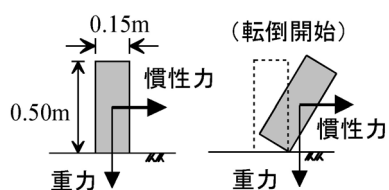


図-1 墓石の転倒の例（若井・鵜飼2003を引用）

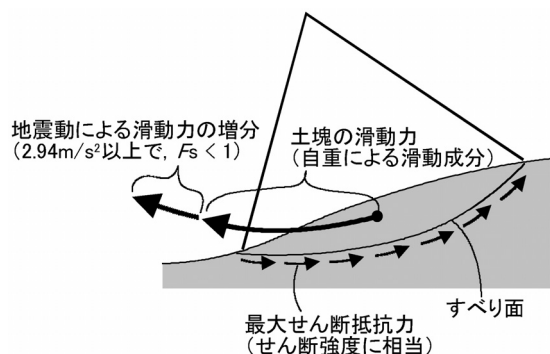
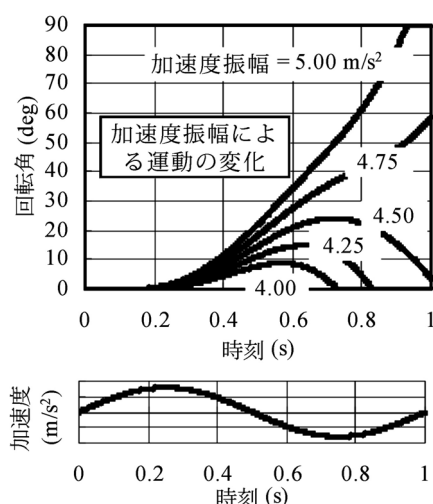


図-2 地震慣性力を考慮した円弧すべり計算のイメージ図（限界加速度が図-1の墓石と同一である場合）

え方を一般に震度法と言ひ、重力（重力加速度）に対する地震慣性力（加速度）の比のことを一般に震度係数と呼ぶ。震度係数は地震の地域発生確率や構造物の重要度などにに基づき補正された値を用いるのが普通である。

震度法は初学者が地震時の構造物の倒壊現象を理解するのは好都合であるが、ごく短時間しか作用しない地震動を単なる静的な慣性力に置き換えて安定性を議論するのは、いかにも現実から乖離した手法である（東畑1998）。なぜなら墓石が転倒を開始したとしても、本当に転倒するかどうかは、加速度の大きさとその作用時間に依存するからである。図-3は種々の加速度振幅を有する周期1.0秒の正弦地震波（水平成分）一波が図-1の墓石に入射した場合の墓石の転倒角度の時刻歴を表したものである。このケースでは、加速度振幅 4.6 m/s^2 付近が、墓石が転倒するか否かの境目となっている。つまり実際の斜面の地震時被害に関しても、被害の程度を左右するのは地震波の最大振幅ではなく、時々刻々と変化する振幅とそれらの作用する時間長（スペクトル特性）であると言える。

墓石の転倒現象を時刻歴的に再現することにはもう一つの意義がある。それは被害状況の定量化である。極限平衡法に基づく予測で得られる情報が「崩壊する」「崩壊しない」の二値問題化される一方で、実際の損害（人命を含む）額すなわち復旧に要するコストを予め把握して



図－3 種々の振幅の地震波が作用した場合の基石の転倒状況の相違（周期1.0秒の水平正弦波の場合）
（若井・鶴飼2003を引用）

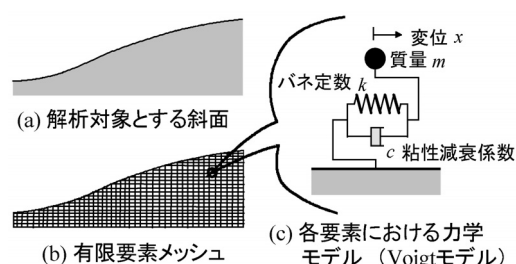
おきたいというニーズは昔から絶えない。道路盛土や河川堤防などの土木構造物では、すでに地震後の残留変形量（予測値）に基づく耐震設計法を整備する気運が高まっているが、これは上述のように従来型の震度法による手法では、レベル2地震動を想定した設計への適用が困難であると判断されたためである。

基石が転倒し始める瞬間から先の現象、すなわち斜面が破壊を生じてからある有限な残留変形を生ずる過程を予測するためには、斜面の動的かつ非線形な挙動を時刻歴的に追跡する必要がある。動的弾塑性FEMは、既存の他の解析手法に比べ、このような現象の予測が比較的得意である。

2.5.3 動的弾塑性FEMの考え方

前回までの講座で紹介してきたように、物体の運動に基因する慣性力を無視した解析を一般に「静的解析」と言うのに対して、今回紹介するような解析手法を総称して「動的解析」と呼ぶ。講座2.1節および2.2節で導いた考え方をもう一度思い起こそう。これらの節では弾塑性すなわち土の変形・強度特性の表現に力点が置かれた。このようなモデルを簡略化して考えると、数学的には斜面全体を「バネの集合体」で離散的に表現したことに一致する。これまでの講座で述べたように、この場合のバネ定数（剛性ともいう）に相当する値はマトリクス形式（剛性マトリクス）で表される。線形弾性体ではバネ定数の値は一定値であるが、弾塑性体ではこれが応力などの関数となり、载荷中に変化する（非線形バネ）。

一方、動的問題では、運動方程式をもとに振動現象を追跡する。このため、バネの復元力の他に、加速度 $\ddot{x}$ （変位の時間二階微分）および速度 $\dot{x}$ （変位の時間一階微分）に関連する外力項を考慮する必要がある。加速度に比例する抵抗力として質量に比例する慣性力が、速度に比例する抵抗力として土の材料特性としての粘性抵抗力（粘性減衰係数、あるいは減衰定数で規定）があげられる（図



図－4 動的弾塑性FEMによる斜面のモデル化

－4）。各要素に対して同様にモデル化を行い、すべての要素で得られた数式を重ね合わせると、系全体の運動方程式が得られる（ただし増分形式で表示）。

$$[m]\{\Delta\ddot{x}\} + [c]\{\Delta\dot{x}\} + [k]\{\Delta x\} = \{\Delta f(t)\} \quad \cdots \cdots (1)$$

$[m]$, $[c]$, $[k]$ は各要素の m , c , k を重ね合わせたマトリクス、 $\{\ddot{x}\}$, $\{\dot{x}\}$, $\{x\}$ は各節点の $\ddot{x}$, $\dot{x}$, x を成分とするベクトルである。土は弾塑性体としてモデル化されるので、 $[k]$ は応力に依存して変化する。また $\{f(t)\}$ は時刻 t における外力ベクトルであり、地震波（入力加速度）により時々刻々と変化する。

2.5.4 動的増幅と固有周期

以上のような動的解析を行うことにより、震度法などでは適切に考慮することが出来なかった幾つかの重要な性質を考慮することが出来る。その中の最も特徴的なものは系の固有周期ならびに増幅特性の考慮であろう。

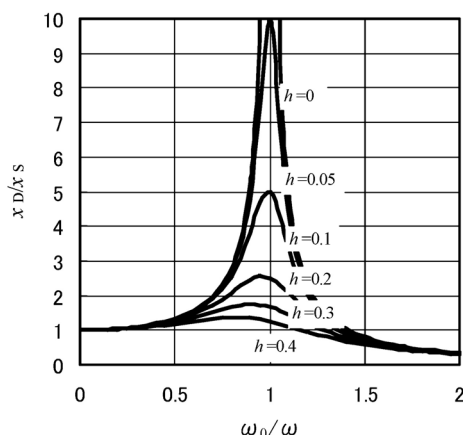
各要素のモデル化に際し、図－4(c)で紹介したモデルに着目してこの点を解説する。ここで対象とする系が図－4(c)のバネ－ダッシュポット系唯一つで構成されている、すなわち一自由度系であると仮定する。 $\omega = \sqrt{k/m}$ なる固有角振動数 ω （この時の周期が固有周期）と $h = c/(2\sqrt{mk})$ なる減衰率 h に着目して、この系の動的応答特性を調べてみよう。ある加速度振幅の正弦波形を基盤入力した場合の質点の変位振幅（ただし定常振動時）を x_D 、この時の最大慣性力と同じ大きさの外力が静的に作用した場合のバネの伸びすなわち静的変位を x_S とすると、 x_D/x_S は地震動による変位の動的増幅を表す。

入力地震波の振動数を ω_0 として、応答変位の変化を示したものが図－5である。 $\omega = \omega_0$ の時に系の応答は極大となる（共振現象）。地震波の周期に応じて構造物被害の様相が大きく変化するのはこのためである。振動周期に関する情報は重要であるため、地震波中に各周期成分がそれぞれどのような割合で含まれているか（スペクトル特性）に着目して地震波形を論じる場合が多い。

2.5.5 動的弾塑性FEMの斜面解析への応用例

地すべりに対する動的弾塑性FEMの適用例は極めて少ない。ここでは軟弱地盤上の盛土の安定性評価に関する応用例（地盤工学会2003）を一つ紹介する。

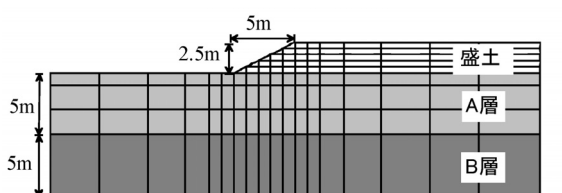
図－6は斜面の有限要素メッシュである。基礎地盤は各5 m厚さの二層からなる（物性値は文献（地盤工学会2003）を参照されたい）。地盤改良範囲を図のように種々



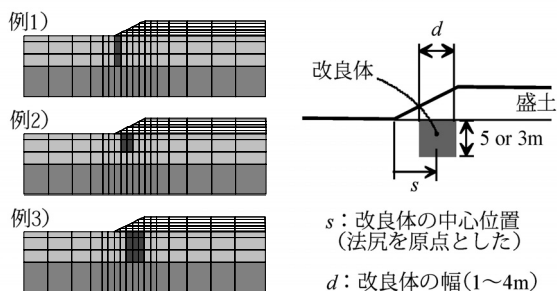
図－5 自由度系の共振曲線の例

に変えた一連の解析結果を無対策の結果と比較して、地盤改良の効果を評価した。改良体は弾完全塑性体、地盤材料は若井・鵜飼（1999）による繰返し载荷モデルを適用した。入力地震波形とともに無対策ケースの応答変位の時刻歴（解析結果）を図－7に示す。FEMにより地震後の斜面の残留変形量（被害状況）の定量化を行うことが可能である。入力パラメータの決定方法については紙面の都合上省略する。例として、解析対象とした改良ケースのうち3つのケースにおける変形性状（解析結果）を図－8に示す。斜面の変形抑止効果は改良範囲の深さ、幅、位置とそれぞれ密接な関係がある。幅が1mという薄い改良体を法尻に施工した場合、改良部の引張り破壊のため、抑止効果が見られないのは特徴的である。

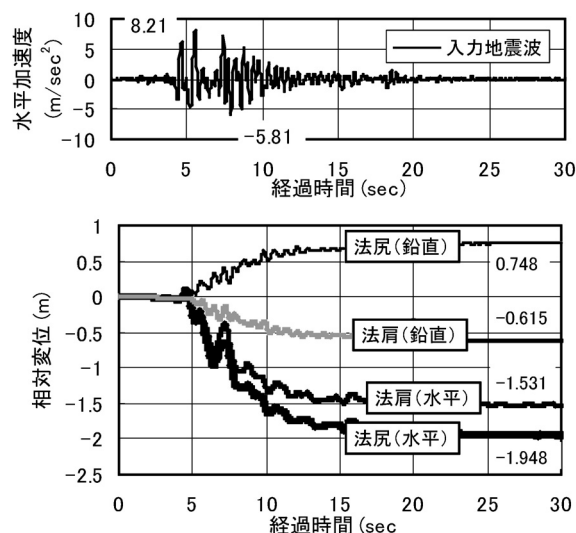
動的弾塑性FEMでは系の変形から破壊までをこのように連続的に追跡しうるため、従来の震度法に基づく極限平衡法などの簡易計算法に比べて、より現実に即した予測が可能である。急傾斜地での一般の斜面の地震時安



(a) 解析メッシュ（無対策）

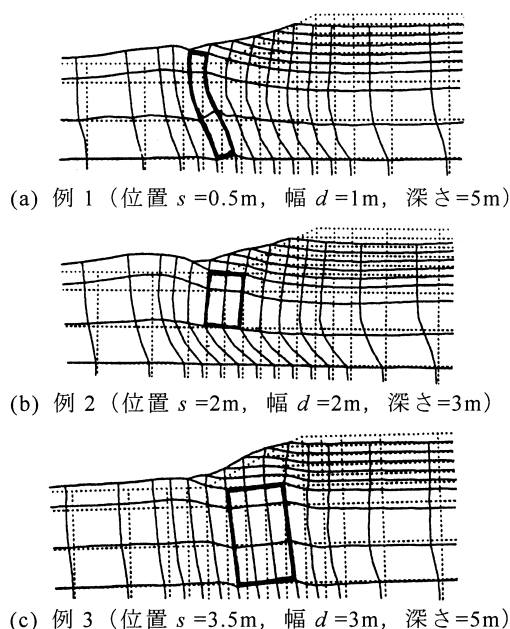


(b) 地盤改良の範囲を変えた一連の解析

図－6 軟弱地盤上の盛土に対する動的弾塑性FEM解析例
(地盤工学会2003を引用)

図－7 無対策のケースのFEM解析結果

(地盤工学会2003を引用)



図－8 改良体近傍の地盤の地震後の残留変形モード

(地盤工学会2003を引用)

定性評価に対しても、同様の手法が適用可能である。

参考文献

- 地盤工学会（2003）：弾塑性有限要素法がわかる，地盤技術者のためのFEMシリーズ第②巻，地盤工学会，pp. 249～251。
 東畑郁生（1998）：震度法，土と基礎，地盤工学会，Vol. 46，No. 8，pp. 39～40。
 若井明彦・鵜飼恵三（1999）：簡易な繰返し载荷モデルに基づく非線形動的応答解析と設計への応用，第44回地盤工学シンポジウム論文集，地盤工学会，pp. 337～342。
 若井明彦・鵜飼恵三（2003）：地震被害予測のための動的弾塑性有限要素法とその発展，土と基礎，地盤工学会，Vol. 51，No. 2，pp. 13～15。

(原稿受付2003年8月8日，原稿受理2003年8月11日)