講　座

Lecture

地すべり解析における有限要素法の利用 第１回　Finite element method for landslide analysis No.1

１．講座を始めるにあたって
Introduction

講座委員会委員長　鵜飼恵三／群馬大学工学部
Keizo UGAI／Faculty of Engineering, Gunma University

キーワード：有限要素法，地すべり，斜面安定
Key words：finite element method, landslide, slope stability

1.1　講座の目的と概要

本講座の目的は，地すべり現象の解析や対策工の設計において，有限要素法（FEMと略称）の有効性と適用方法などについてわかりやすく説明することである。すなわちFEMを利用することで現象が合理的に説明され，また経済的な対策工の設計が可能になることを具体的に示すことである。その結果，より多くの方にFEMの有効性を理解していただき，実務に活かしていただけることを願うものである。

本講座の前半では，FEMの知識を持たない読者のためにFEMの基礎知識を紹介する。後半では，応用・適用例を中心に記述がなされる予定である。表－１に示すように本講座は，約２年半にわたって開講される。FEMの地すべり解析への適用に関する研究は未完成であり，発展途上にある。このため今後FEMの適用事例が増加するに伴い，表－１の後半部分は内容に多少変更がある

表－１　講座連載中の各回の内容（予定）

回数	章　タイトル	執筆者（敬称略）	掲載号(予定)
1	１．講座を始めるにあたって	鵜飼恵三（群馬大）	40-1号
2	２．ＦＥＭによる地すべり解析の基礎理論 2.1　弾塑性ＦＥＭの考え方（前編）	鵜飼恵三（群馬大）	40-1号
3	２．ＦＥＭによる地すべり解析の基礎理論 2.1　弾塑性ＦＥＭの考え方（後編）	鵜飼恵三（群馬大）	40-2号
4	２．ＦＥＭによる地すべり解析の基礎理論 2.2　せん断強度低減法による全体安全率の計算	若井明彦・蔡　飛（群馬大）	40-3号
5	２．ＦＥＭによる地すべり解析の基礎理論 2.3　降雨・地下水浸透の解析	西田憲司（大林組）・ 山上拓男・蒋　景彩（徳島大）	40-4号
6	２．ＦＥＭによる地すべり解析の基礎理論 2.4　各種対策工の効果	蔡　飛（群馬大）	40-5号
7	２．ＦＥＭによる地すべり解析の基礎理論 2.5　地震時安定問題	若井明彦（群馬大）	40-6号
8	２．ＦＥＭによる地すべり解析の基礎理論 2.6　土質定数の決定	山崎孝成（国土防災）	41-1号
9	２．ＦＥＭによる地すべり解析の基礎理論 2.7　クリープ現象の数理モデル	西村伸一（岡山大）・ 堀　俊男（ウエスコ）・藤井弘章	41-2号
10	３．弾塑性ＦＥＭとその他の手法 3.1　斜面安定解析の数理基礎とその応用	大塚　悟（長岡技大）	41-3号
11	３．弾塑性ＦＥＭとその他の手法 3.2　遠心模型実験結果との比較	倉岡千郎（日本工営）	41-4号
12	４．ＦＥＭの地すべり解析への適用例 4.1　（題目は未定）	川本　治（農業技術研究機構）	41-5号
13	４．ＦＥＭの地すべり解析への適用例 4.2　（題目は未定）		41-6号
14	４．ＦＥＭの地すべり解析への適用例 4.3　（題目は未定）		42-1号
15	５．地すべり解析におけるＦＥＭの今後の展望 〈インタビューまたは座談会〉		42-2号
16	６．講座を終えるにあたって	鵜飼恵三（群馬大）	42-3号

かもしれない。紙数の制約により，数式や詳細な説明は他の文献や専門書にゆだねざるを得ないが，FEMの初心者にも理解できるよう心がけたい。

1.2 FEMに関する書籍と文献の紹介

FEMの知識を持たない読者のために，いくつかの書籍と文献を紹介しよう。筆者の主観が混じっていることをご容赦願いたい。FEMをゼロから学びたい読者には，文献１）を薦めたい。構造力学をベースに書かれているが，FEMプログラムの詳しい説明とわかりやすい計算例が特徴である。さらに進んでFEMを勉強したい読者には文献２),3）を薦めたい。文献２）には弾塑性の基礎理論と弾塑性FEMプログラムが，文献３）には弾塑性解析と非線形解析の基礎理論が，詳述されている。また，世界的に有名であり，現在も改訂が進んでいる文献４）は，一読の価値がある。この他，地盤工学会と日本地すべり学会がそれぞれ独自に開催しているFEM講習会のテキスト（市販されていない）も有用である。地盤工学会のテキストは改訂され，平成15年８月には市販される予定である。これら以外にも，膨大な数のFEM関連書籍がこれまでに出版されているが，地すべり解析に特化したFEMのテキストは内外ともに未だ市販されていない。今後このような書物の出版に向けて努力したい。

1.3 FEMについて

FEMによる斜面安定解析（以下において，“地すべり解析”より広義の意味を持つ“斜面安定解析”という用語を使う）には，２つの方法があると考えられる[5)]。１つは，斜面の変形・破壊解析であり，斜面内の土の応力・ひずみ関係式，斜面の境界条件，斜面への外力作用，及び水圧の状態などをありのまま再現し，解析しようとするものである。仮定を真実に近づける努力を続けることで，実際の斜面に対する精度の高い安定性評価や破壊予測につながると考えられる。もう１つはせん断強度低減法を組み込んだFEMによる斜面安定解析であり，これは設計ツールとしての利用価値が高い。この方法は，FEMで計算される全体安全率の値を用いて斜面の安定性や対策工の効果を精度よく評価しようとするものである。計算される安全率は，従来法である極限平衡法で定義される安全率と同じ意味を持つので，安全率の考え方に一貫性がある。せん断強度低減法については，本講座でも詳述される。

1.4 FEMの有用性と留意事項

FEMの意義と有用性は，本講座が進むにつれて徐々に明らかにされるが，極限平衡法と比べて特に有用な点は，変形を考慮できることである。また適切な応力・ひずみ関係式を用いることですべり土塊内とすべり面上の応力状態が合理的に決定される。このため抑止工のような構造物と土との相互作用を正確に取り扱うことができ，また精度の高い三次元斜面安全率の計算が可能になるなど，その適用範囲の拡大は計り知れない。

FEMは数学的な観点から見ると微分方程式の近似解法であり，数値解析法の一種にすぎない。また元来連続的な現象を対象に発展してきたため，不連続な変形の取り扱いが得意ではない。これらの点は，FEMを利用するとき常に注意する必要がある。

地すべり解析におけるFEMの利用は，近い将来必ず大きな成果をあげ，地すべり解析の重要な分野になると信じている。FEMに対して過大評価も過小評価もすることなく，本講座とお付き合い願いたい。ご質問，ご意見があれば，各執筆者もしくは筆者に遠慮なくご連絡ください。

参考文献

１）戸川隼人（1979）：有限要素法へのガイド，サイエンス社.

２）田中忠次，鵜飼恵三，河邑眞，阪上最一，大津宏康（1996）：地盤の３次元弾塑性有限要素解析，丸善.

３）田中忠次（1992）：有限要素法による変形・安定解析，わかりやすい土質力学原論（第１回改訂版），地盤工学会，pp.109－154.

４）Zienkiewicz, O.C. and Taylor, R.L.（2000）：The Finite Element Method（Fifth edition），Vol.1，2，3，Butterworth-Heinemann.

５）山上拓男，鵜飼恵三（2001）：斜面の安定と変形解析総説（LEMとFEMの応用），地すべり，Vol.38，No.3，pp.9－19.

（原稿受付2003年２月４日，原稿受理2003年３月19日）

地すべり解析における有限要素法の利用 第２回　Finite element method for landslide analysis No.2

２．FEMによる地すべり解析の基礎理論
Fundamental theories of FEM for landslide analysis

鵜飼恵三／群馬大学工学部
Keizo UGAI／Faculty of Engineering, Gunma University

キーワード：有限要素法，地すべり，弾塑性，基礎理論
Key words：finite element method, landslide, elasto-plastic, fundamental theory

2.1　弾塑性FEMの考え方（前編）

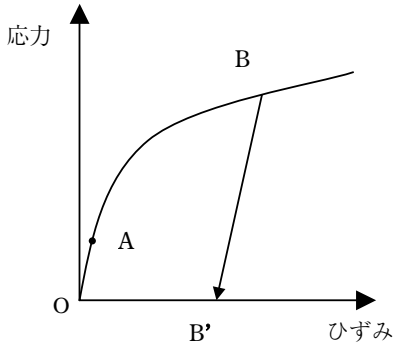
ここでは弾塑性FEMの概略的な考え方を記述する。紙数の関係で，他の多くの文献を引用せねばならなかった。ご容赦願いたい。

2.1.1　弾塑性とは

円筒形に整形した土の供試体を一軸または三軸試験のように軸方向に圧縮したとき，軸応力と軸ひずみの関係が図－１のように得られたとする。なお土質力学の慣例に従って，圧縮応力と圧縮ひずみを正と仮定する。今，小さな応力値である点Ａ（図－１）まで載荷した後，除荷（応力をゼロに戻す）したところ，ひずみもゼロに戻ったとする。この性質を弾性と呼ぶ。次に点Ｂまで載荷後，除荷したところ残留ひずみOB'が生じたとする。この性質を塑性と呼ぶ。点Bの状態では，供試体に弾性ひずみと塑性ひずみの両方が生じており，この性質を弾塑性と呼ぶ。

2.1.2　FEMとは

図－２のような仮想的な均質斜面（二次元）に自重が作用したときの応力状態を，FEMで計算する問題を考える。簡単のため斜面内の間隙水圧はゼロとする。FEMでは，斜面を多数の小さな要素（三角形か四角形）に分割し，要素の辺上にいくつかの節点を定める。各要素内で変位の近似式を定義して，節点での変位の値を未知数とする。各要素内で，力とモーメントのつりあい式，変位とひずみの関係式，及び応力とひずみの関係式が，近似的に満たされるように定式化して，これを斜面全体に重ね合わせ，連立一次方程式を作成する。この連立一次方程式を与えられた境界条件のもとで解くことにより，変位や応力の分布を得ることができる。非線形問題では，連立一次方程式を使って繰り返し計算を行うことで，解が得られる。

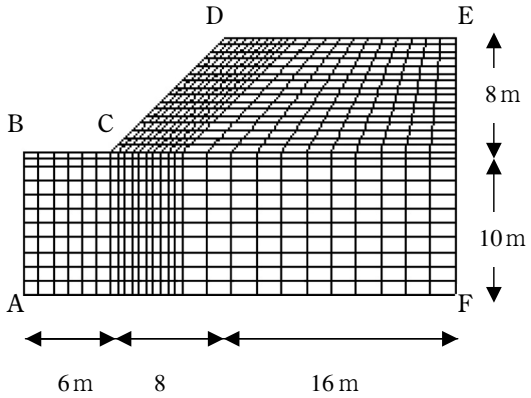


図－１　円筒形供試体を軸方向に圧縮したときの応力ひずみ関係

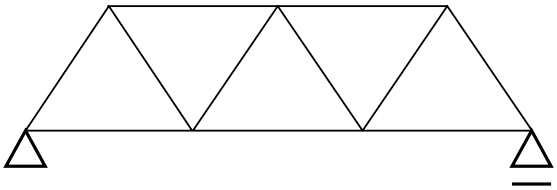
斜面を四辺形要素で分割した例を図－２に示す。斜面には最初自重が作用しておらず（つまり最初は無重力状態），そこに自重が作用して斜面が変形したとする。このような自重の作用とそれによる斜面の変形は，解析上の仮想的なものであり，実際の斜面で起こる現象ではない（なお遠心力載荷実験ではこのような現象が起こる）。しかしながら，自重が作用した結果として生じる斜面内の応力分布は，実際の（同じような条件下にある）斜面内の応力状態をある程度表現していると考えられる。

2.1.3　弾性FEMについて

簡単な例から始めよう。図－３のような二次元の弾性トラス構造が自重などの外力を受けて，変形する場合を考える。部材の結合点（三角形の頂点）はヒンジであるとし，これを節点と呼ぼう。構造力学の知識を借りると，トラス構造全体の節点の変位ベクトル {U} と節点に作用



図－２　仮想的な斜面とメッシュ分割例



図－３　弾性トラス構造の例

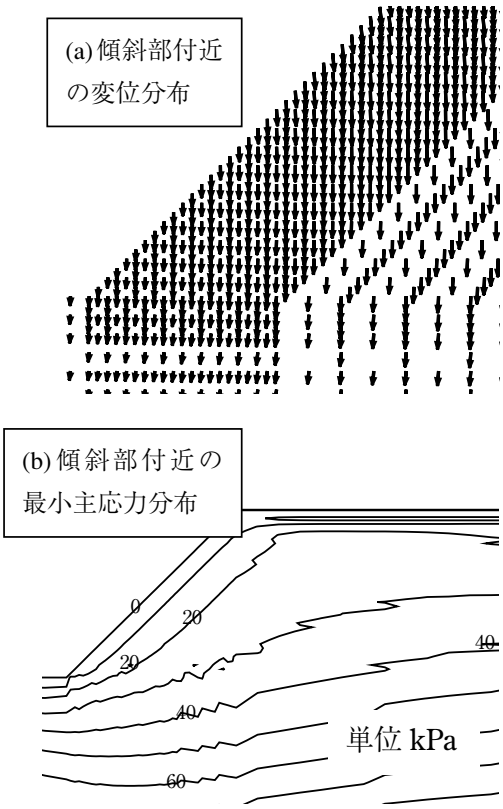
する外力ベクトル {F} の間には次のような関係が得られる。

$$[K]\{U\}=\{F\} \quad \cdots\cdots(1)$$

ここで，マトリクス [K] はトラス部材の剛性を表す。節点の境界条件を式(1)に代入して，連立一次方程式を解くことにより，未知の節点変位が計算される。

二次元弾性体を対象とする弾性FEMからも式(1)と同じ形の式が最終的に得られる。いま図－２の斜面が均質・等方の弾性体（二次元平面ひずみ状態）であると仮定して，自重が作用したときの変形と応力分布を求めてみよう。計算の考え方と方法は，ウェブサイト（http://geotech.ce.gunma-u.ac.jp/ga/の“FEMのいろは”を参照[1]）と文献２）に示した。このウェブサイトには，二次元弾性FEMの基礎理論からFEMプログラムまでの説明がなされている。三次元弾性FEMについては文献３）を参照されたい。

図－２の弾性斜面に自重が作用したときの変位と最小主応力の分布を図－４に示す。ヤング率E＝200000kPa，ポアソン比 $\nu=0.25$，単位体積重量 $\gamma=20\mathrm{kN/m^3}$ とした。最小主応力は斜面内各点での垂直応力の最小値を表し，負値であると引っ張り応力が生じていることを意味する。図－４より，自重が作用すると変形は鉛直下向きに生じ，引っ張り応力は生じていないことがわかる。しかし斜面が破壊状態に近いときは，これとは異なる状況が生じる。詳細は2.1（後編）で説明する。



図－４　図－２の斜面に自重が作用したときの変位と最小主応力分布（弾性解析）

2.1.4　間隙水圧の取り扱いについて

斜面の変形や崩壊は，斜面内の間隙水圧が上昇して生じることが多いため，FEMにおいても間隙水圧の取り扱いが重要になる。その取り扱い方法を以下に説明しよう。

土のせん断強度 τ_f は，次の有効応力規準によって定義されるのが普通である。

$$\tau_f=c'+\sigma'\tan\phi' \quad \cdots\cdots(2)$$

従って τ_f を計算するには，すべり面上の有効垂直応力 σ' を求めねばならない。σ' は，全応力 σ から間隙水圧uを引いて得られる。すなわち，

$$\sigma'=\sigma-u \quad \cdots\cdots(3)$$

式(3)をベクトル表示すると

$$\{\sigma'\}=\{\sigma\}-\{u\} \quad \cdots\cdots(4)$$

ｘ，ｙ座標を用いると式(4)の各項は，次のように表される。右肩添え字の“T”はマトリクスもしくはベクトルの転置（行と列を置き換える）を表す。

$$\{\sigma'\}=(\sigma'_{xx}\ \sigma'_{yy}\ \tau_{xy})^T \quad \cdots\cdots(5.1)$$

$$\{\sigma\}=(\sigma_{xx}\ \sigma_{yy}\ \tau_{xy})^T \quad \cdots\cdots(5.2)$$

$$\{u\}=(u\ u\ 0)^T \quad \cdots\cdots(5.3)$$

有効応力ベクトル $\{\sigma'\}$ に対する等価節点力ベクトルは

$$\iint [B]^T \begin{Bmatrix}1\\1\\0\end{Bmatrix}\{\sigma'\}dxdy \quad \cdots\cdots(6)$$

となる（文献１）参照)。積分は有限要素の面積内で行う。[B] は有限要素の節点変位ベクトルをひずみベクトルに変換するマトリクスである（文献１）参照)。従って，間隙水圧ベクトル {u} に対する等価節点力ベクトルは，

$$\iint [B]^T\{N\}^T\{u\}dxdy \quad \cdots\cdots(7)$$

となる。{N} は形状関数からなるベクトルである（文献１），２）参照)。

なお，全応力ベクトル $\{\sigma\}$ に対する等価節点力ベクトルは，式(6)と同様に

$$\iint [B]^T\{\sigma\}dxdy \quad \cdots\cdots(8)$$

となる。式(8)は，外力（たとえば重力や斜面表面に作用する外力）によって生じる節点力に等しい。式(6)，(7)，(8)は，１つ１つの有限要素に関するものである。斜面を構成するすべての要素についてこれらを足し合わせることにより，斜面全体に対する等価節点力が得られる。以上に示した記号と数式の詳しい説明は，各箇所に示した文献に記述されているので，ぜひ参照されたい。

参考文献

１）http://geotech.ce.gunma-u.ac.jp/ga/の“FEMのいろは”
２）田中忠次他（2000）：地盤工学における数値解析入門，pp.75－94，地盤工学会.
３）田中忠次，鵜飼恵三，河邑眞，阪上最一，大津宏康（1996）：地盤の３次元弾塑性有限要素解析，丸善.

（原稿受付2003年２月27日，原稿受理2003年３月５日）

地すべり解析における有限要素法の利用 第３回　Finite element method for landslide analysis No.3

2.1　弾塑性FEMの考え方（後編）
Fundamental theories of elasto-plastic FEM

講座委員会委員長　鵜飼恵三／群馬大学工学部
Keizo UGAI／Faculty of Engineering, Gunma University

キーワード：有限要素法，地すべり，弾塑性，基礎理論
Key words：finite element method, landslide, elasto-plastic, fundamental theory

2.1.5　二次元弾塑性連続体の基礎方程式

二次元弾塑性連続体（以下，弾塑性体と呼ぶ）が満たさねばならない３つの基礎方程式を列挙する。力学的に安定であるには，次のような力とモーメントのつりあい式を満たす必要がある。

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}=X \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y}=Y \quad \cdots\cdots(9)$$

σ_{xx}，σ_{yy}は，x，y方向の垂直応力，τ_{xy}はせん断応力である。X，Yは単位面積あたりに作用するx，y方向の物体力である。x方向を水平，y方向を鉛直（上向きを正とする）にとると，物体力が自重のみであるときは，$X=0$，$Y=-\gamma$となる。γは土の単位体積重量である。

２番目の式として，変位とひずみの関係式が満たされねばならない。変形が小さいとき次式が成り立つ。

$$\varepsilon_{xx}=\partial u/\partial x \quad \varepsilon_{yy}=\partial v/\partial y$$
$$\gamma_{xy}=\partial u/\partial y+\partial v/\partial x \quad \cdots\cdots(10)$$

ε_{xx}，ε_{yy}は，x，y方向の垂直ひずみ，γ_{xy}はせん断ひずみである。u，vはx，y方向の変位である。式(9)と(10)は弾塑性体の応力ひずみ関係とは無関係になりたつ。

３番目の式は，構成式と呼ばれるものである。これは材料の物性を表す式で，弾塑性体の場合には，応力ひずみ関係がこれに相当する。よく知られているように，弾性体の応力ひずみ関係はフックの式で表される。これは二次元平面ひずみ状態では次のようになる。

$$\sigma_{xx}=S\{(1-\nu)\varepsilon_{xx}+\nu\varepsilon_{yy}\}$$
$$\sigma_{yy}=S\{(1-\nu)\varepsilon_{yy}+\nu\varepsilon_{xx}\}$$
$$\tau_{xy}=E/2/(1+\nu)\cdot\gamma_{xy} \quad \cdots\cdots(11)$$

ここで，$S=E/(1+\nu)/(1-2\nu)$

Eはヤング係数，νはポアソン比である。式(9)，(10)，(11)で示される弾性体の基礎方程式をFEMにより離散化し，定式化すると，2.1（前編）の式(1)と同じ形の連立一次方程式が得られる。

$$[K]\{U\}=\{F\} \quad \cdots\cdots(12)$$

$[K]$は剛性マトリクスであり，弾性体の剛性に比例する。式(12)を解くと，節点力ベクトル$\{F\}$に対する節点変位ベクトル$\{U\}$が求められる[1)]。

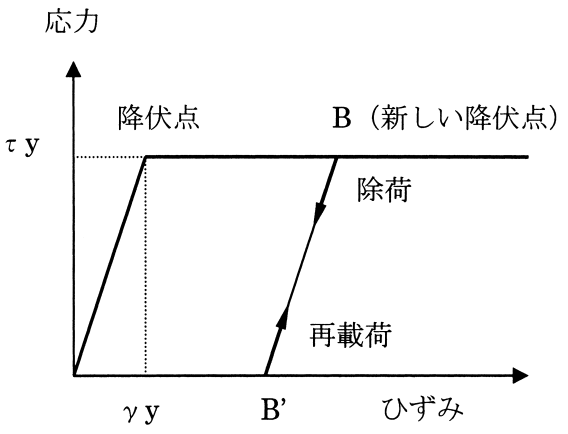
弾塑性体の場合には，応力ひずみ関係が式(11)よりかなり複雑になる。以下では弾塑性体の簡単な応力ひずみ関係式について考えてみよう。詳細は文献２）を参照されたい。

2.1.6　弾完全塑性モデル

地盤の設計では，変形が小さいとき土を弾性体と仮定することが多い。一方，斜面安定のような安定問題では，地盤が破壊状態にあると想定して完全塑性体とする仮定がよく用いられる。このような２つの仮定を合わせ持つ土のモデルが，図－５に示される弾完全塑性モデルである。このモデルでは，降伏応力τ_y（もしくは降伏ひずみγ_y）まで土は弾性的性質を示し，それ以降は一定の応力τ_yを保ちながら大きな塑性変形が進行する。現実の土はひずみ硬化（2.1（前編）の図－１）や軟化を起こして変形が進行するため，厳密にはより複雑な応力ひずみ関係式が必要になる。しかしながら，弾完全塑性モデルは，土の弾性係数と強度定数を同時に考慮できるため，簡潔であり理解が容易である。これだけの特徴でも十分な実用性と適用性を有していると考えられる。

土は摩擦性材料とみなされ，せん断によって破壊が生じると考えられるので，降伏もしくは破壊規準として次のモール・クーロン式がよく用いられる（2.1（前編）の式(2)を参照）。

$$\tau_f=c'+\sigma'\tan\phi'$$
$$=c'+(\sigma-u)\tan\phi' \quad \cdots\cdots(13)$$



図－５　弾完全塑性モデル

τ_fは土のせん断強度，σ'はすべり面上の有効垂直応力，σは全応力，uは間隙水圧である。

式(13)を主応力で表すと次のようになる。

$$\sigma_1'-\sigma_3'=(\sigma_1'+\sigma_3')\sin\phi'+2c'\cos\phi' \quad \cdots\cdots(14)$$

σ_1'とσ_3'をx，y表示すると次のようになる。なお以下においては，有効応力表示のダッシュ記号（′）を省略する。

$$\sigma_1=(\sigma_x+\sigma_y)/2+\sqrt{(\sigma_x-\sigma_y)^2/4+\tau_{xy}{}^2}$$
$$\sigma_3=(\sigma_x+\sigma_y)/2-\sqrt{(\sigma_x-\sigma_y)^2/4+\tau_{xy}{}^2} \quad \cdots\cdots(15)$$

2.1.7　弾塑性体の応力増分・ひずみ増分関係式

図－5や2.1（前編）の図－1からわかるように，弾塑性体では応力とひずみの間に1対1の関係はなく，弾塑性体がそれまでに受けた応力履歴の影響を大きく受ける。このため，弾塑性体の応力と変形状態を表現するために，ある状態からの応力増分とひずみ増分の関係を求めて，時々刻々の状態の変化を解析していくのが普通である。

弾塑性体の応力増分・ひずみ増分関係式の導出法の概略を以下に示す。詳細は文献2）を参照されたい。

現在の応力とひずみの状態が，各々ベクトル$\{\sigma\}$と$\{\varepsilon\}$で与えられる弾塑性体を考える。二次元連続体では，これらは次のように表される。

$$\{\sigma\}=\begin{Bmatrix}\sigma_{xx}\\ \sigma_{yy}\\ \tau_{xy}\end{Bmatrix} \quad \{\varepsilon\}=\begin{Bmatrix}\varepsilon_{xx}\\ \varepsilon_{yy}\\ \gamma_{xy}\end{Bmatrix} \quad \cdots\cdots(16)$$

この弾塑性体に応力増分$\{d\sigma\}$が加えられ，ひずみ増分$\{d\varepsilon\}$が生じたとするとき，$\{d\sigma\}$と$\{d\varepsilon\}$の関係式を導いてみよう。$\{d\varepsilon\}$は，次のように弾性成分$\{d\varepsilon^e\}$と塑性成分$\{d\varepsilon^p\}$に分解される。

$$\{d\varepsilon\}=\{d\varepsilon^e\}+\{d\varepsilon^p\} \quad \cdots\cdots(17)$$

$\{d\sigma\}$と$\{d\varepsilon^e\}$の間にフックの法則が成り立つ。すなわち

$$\{d\sigma\}=[D]\{d\varepsilon^e\} \quad \cdots\cdots(18)$$

$[D]$は弾性係数マトリクスと呼ばれ，弾性係数Eとνを用いて次のように表される。

$$[D]=S\begin{bmatrix}1-\nu & \nu & 0\\ \nu & 1-\nu & 0\\ 0 & 0 & (1-2\nu)/2\end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(19)$$

一方，塑性ひずみ増分$\{d\varepsilon^p\}$と応力との間に次のような関係を仮定することが多い。

$$d\varepsilon^p{}_{xx}=d\lambda\frac{\partial\Psi}{\partial\sigma_{xx}} \quad d\varepsilon^p{}_{yy}=d\lambda\frac{\partial\Psi}{\partial\sigma_{yy}} \quad d\varepsilon^p{}_{xy}=d\lambda\frac{\partial\Psi}{\partial\tau_{xy}} \quad (20)$$

式(20)をまとめて，ベクトル表示すると

$$\{d\varepsilon^p\}=d\lambda\{\partial\Psi/\partial\sigma\} \quad \cdots\cdots(21)$$

ここで，Ψは塑性ポテンシャルと呼ばれ，応力と塑性ひずみの関数である。$d\lambda$は比例係数である。Ψは実際の土では複雑な関数になるが，弾完全塑性モデルでは式(14)にならって次式のようなΨを用いることがある。ϕは土のダイレイタンシー角である。

$$\Psi=\sigma_1-\sigma_3-(\sigma_1+\sigma_3)\sin\phi \quad \cdots\cdots(22)$$

以上に述べた関係式をさらに展開していくと，弾塑性体の応力増分・ひずみ増分関係式が次のように導かれる。

$$\{d\sigma\}=\left[[D]-(1-R)\frac{[D]\{\partial\Psi/\partial\sigma\}\{\partial f/\partial\sigma\}^T[D]}{\{\partial f/\partial\sigma\}^T[D]\{\partial\Psi/\partial\sigma\}}\right]\{d\varepsilon\} \quad \cdots\cdots(23)$$

fは降伏関数であり，モール・クーロン式の場合には，次式で表される。

$$f=\sigma_1-\sigma_3-(\sigma_1+\sigma_3)\sin\phi-2c\cos\phi \quad \cdots\cdots(24)$$

またRは係数であり，応力増分$\{d\sigma\}$により，①弾性または弾塑性状態から弾性状態へ変化するとき$R=1$，②弾塑性状態から弾塑性状態へ変化するとき$R=0$，③弾性状態から弾塑性状態へ変化するとき$0<R<1$，の値を取る。詳細は文献2）を参照されたい。

2.1.8　弾塑性FEMの具体的な計算方法

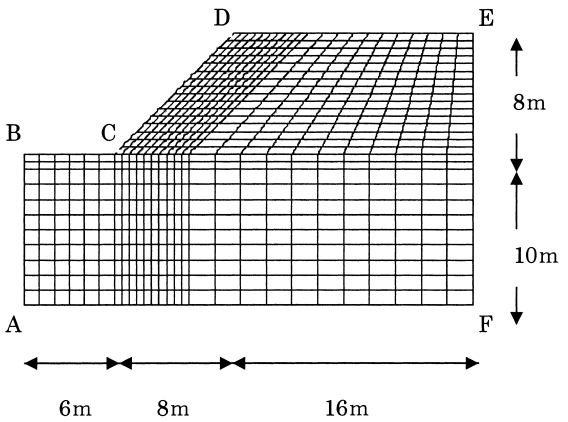
2.1（前編）の図－2に示された均質な単純斜面をイメージしながら，斜面の弾塑性変形を計算する方法のうち代表的な4つのケースについて説明する。最初の3つのケースでは，土を弾完全塑性モデルであると仮定する。

(1)　斜面に自重が作用して弾塑性変形が生じるケース

図－2の斜面に自重が作用する場合を考える。自重を加えた後，斜面が崩壊に至る可能性もあるため，少しずつ自重を増やしていくことを想定する。たとえば，$\gamma/10$ずつ増加させてみる。γは土の単位体積重量である。FEM計算は次の順序で行われる

(i)　自重の一部である$\gamma/10$に対応する等価節点力$\{F\}$を求め，式(12)に代入する。剛性マトリクス$[K]$は斜面形状，メッシュ分割，土の弾性係数などから決定される。与えられた境界条件のもとで式(12)を解くと，節点変位の弾性増加量$\{\Delta U\}$が計算される。

(ii)　この変位増加量$\{\Delta U\}$に対応する弾性応力増加量$\{\Delta\sigma\}$を計算する。$\{\Delta\sigma\}$がモール・クーロン式(13)または(14)を越えないなら，その要素については弾性状態が確定する。モール・クーロン式を満たすか越える場合には，その要素は弾塑性状態にあると判断される。応力状態がモール・クーロン式を越えることはありえないので，そのような要素については，モール・クーロン式を満たすように応力の補正を行う。



図－2（再掲）　仮想的な斜面とメッシュ分割例

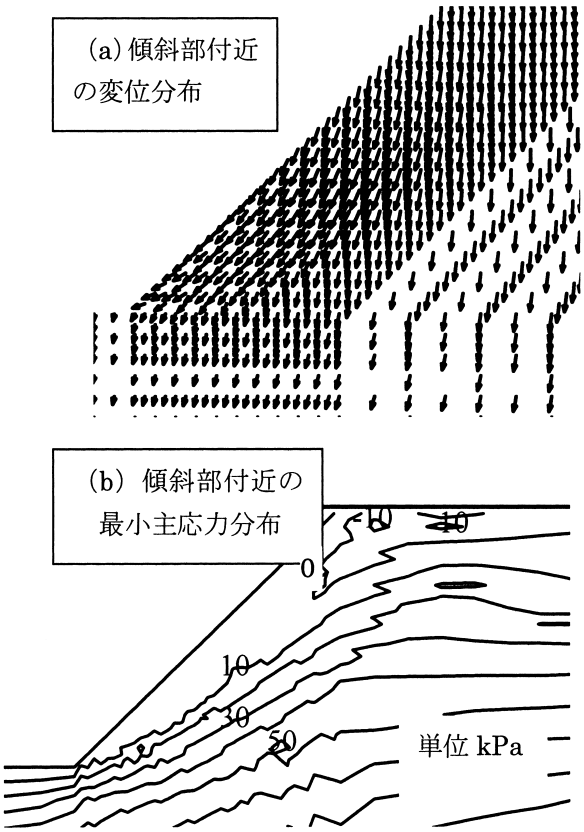
補正された応力に対応する等価節点力を2.1（前編）の式(8)を使って計算する。通常，この値は，最初に求めた$\gamma/10$に対応する等価節点力と一致しない。この不一致の差を残差力$\{\Delta R\}$と呼ぶ。

(iii) この残差力$\{\Delta R\}$に対応する弾性変位増加量を式(12)から計算し，上と同様な計算を繰り返す。残差力が所定の許容誤差より小さくなったら，求める計算結果が得られたと判断する。

(iv) 次に$\gamma/10$を追加し，以上と同様な計算を繰り返す。途中で計算が発散するか，もしくは残差力計算を所定の回数以上繰り返しても許容値に達しないときは，そこで斜面が破壊したと判断する。計算が収束する場合には，加えた自重の和がγになるまで同様な計算を繰り返す。このようにして，弾塑性計算が行われる。

(v) 以上に示したのは，弾塑性計算アルゴリズムの一例である。計算の効率性と収束性を追求した多くのアルゴリズムがこれまでに提案されており，非線形計算法と呼ばれる研究の一分野を形成している[3]。

本ケースの一例として，図－２の斜面に自重を作用させ，弾塑性解析をした結果を図－６に示す。土質定数は，$E=200000$kPa，$\nu=0.25$，$\gamma=20$kN/m^3，$\phi=20°$，$c=12$kPa，$\phi=0°$とした。図－６の結果は，cと$\tan\phi$を1.1で割り低減させたときの結果で，斜面はほぼ破壊直前の状態にある。図－６より傾斜部付近の変位は左斜め下方に生じている。また最小主応力は斜面肩右側で負値（引っ張り応力）を示しており，引っ張り亀裂の発生を予想させる。これらの現象は，斜面の破壊直前に見られるものと符号しており，2.1（前編）の図－４の弾性解析結果からは予想できない。



図－６　図－２の斜面の弾塑性解析
（破壊直前の状態）

(2) 自重の作用下で安定している斜面内の地下水位が上昇するケース

図－２の斜面内で，降雨などの浸透により地下水位が上昇するケースを想定する。斜面は弾塑性体であると仮定する。上述のケース(1)に示した方法で自重が作用し，安定した状態になっているとする。その状態を出発点（初期応力状態）として解析を行う。斜面内の間隙水圧分布がわかっていれば，間隙水圧ベクトル$\{u\}$に対応する等価節点力ベクトルを2.1（前編）の式(7)から計算できるので，それを節点に作用させる。時間と共に間隙水圧が上昇していく場合には，間隙水圧の増加量を等価節点力に変換させながら，徐々に作用させていく。このやり方は自重の場合と同じである。間隙水圧が大きくなると，式(13)からわかるようにせん断強度が小さくなるので，斜面の弾塑性変形が徐々に進行し，斜面崩壊へ近づいていく。このようにして，間隙水圧の上昇による斜面破壊のシミュレーションが実施されることになる。

ところで間隙水圧の上昇は有効応力を減少させるため，斜面の土は膨張する。またダイレイタンシーが生じる場合も土は膨張（もしくは収縮）する。土の膨張により水圧も変化するはずだが，通常の斜面安定解析ではこの影響を考慮することは少ない。このような解析は土の排水状態を仮定するのと同じであり，非連成解析と呼ばれることがある。一方，膨張（土の体積変化）と間隙水圧の相互作用を考慮する方法は連成解析と呼ばれる。連成解析は軟弱地盤の変形解析でよく用いられる。

(3) 自重の作用下で安定している地盤の一部が掘削されるケース

ケース(2)の前半と同様に，図－２の斜面が自重の作用下で安定した初期応力状態になっているとする。今，図－２の傾斜部CDに沿った要素が表面から１つの要素の厚さだけ掘削される場合の解析を行う。掘削される部分と残り（掘削後）の斜面を仮想的に分離して考えると，掘削後の斜面には掘削される部分から作用していた力が外力として作用している。掘削後の形状の斜面に対してこの外力をゼロになるまで徐々に減少させると，最終的に掘削後の斜面の変形と応力状態が得られる。このときの計算法はケース(1)と同じである（外力の方向と大きさは異なるが）。

文献４）に示したように，斜面内の初期応力状態と掘削施工過程は，いずれも掘削に伴う斜面の弾塑性変形に大きな影響を与えるため，注意が必要である。

(4) 斜面が動的な地震力を受けるケース[5,6]

地震時の斜面安定問題では，力とモーメントのつりあい式は式(9)の右辺を次のように置き換えたものになる。

$$X=\rho\frac{\partial^2(u+U)}{\partial^2 t}\quad Y=-\gamma+\rho\frac{\partial^2(v+V)}{\partial^2 t}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(25)$$

すなわち土の慣性力が式(9)に加わる。ρは土の密度で，$\rho=\gamma/g$（gは重力加速度）の関係がある。U，Vは，x，y方向の入力地震変位であり，tは時間を表す。

地震時においても変位とひずみの関係式は式(10)と同じである。地震時には，応力が正負方向に繰返し作用するため，土の応力ひずみ関係はこれを反映して大変複雑になる。地盤振動の増幅作用が地震力の大きさに強く影響するため，静的な問題では重宝される弾完全塑性モデルを，地震時の土の応力ひずみ関係として安易に利用することは慎まねばならない。

動的な基礎方程式のFEMによる離散化は，静的な場合と同様に行われるが，時間軸方向の離散化に関しては差分法が利用される。

以上の4ケースはいずれも実際上重要なものであるが，斜面安定問題に限れば，ケース(2)とケース(4)に関する計算例の報告がこれまで比較的少ないように思われる。実際の斜面崩壊や模型実験結果を対象にした弾塑性FEMによる解析例が，今後数多く報告されることを大いに期待したい。

参考文献

1）http://geotech.ce.gunma-u.ac.jp/ga/の“FEMのいろは”
2）田中忠次他（2000）：地盤工学における数値解析入門，pp.129－144，地盤工学会.
3）久田俊明，野口裕久（1995）：非線形有限要素法の基礎と応用，丸善.
4）山上拓男，鵜飼恵三（2001）：斜面の安定と変形解析総説（LEMとFEMの応用），地すべり，Vol.38，No.3，pp.9－19.
5）鵜飼恵三，井田寿朗，若井明彦（1995）：動的弾塑性FEMによる地震時斜面のすべり解析，地すべり，Vol.32，No.1，pp.8－11.
6）若井明彦，鵜飼恵三（2003）：地震被害予測のための動的弾塑性有限要素法とその発展，土と基礎，Vol.51，No.2，pp.13－15.

（原稿受付2003年2月27日，原稿受理2003年3月5日）

地すべり解析における有限要素法の利用 第４回　Finite element method for landslide analysis No.4

２．FEMによる地すべり解析の基礎理論
Fundamental theories of FEM for landslide analysis

若井明彦／群馬大学工学部
Akihiko WAKAI／Faculty of Engineering, Gunma University

蔡　飛／群馬大学工学部
Fei CAI／Faculty of Engineering, Gunma University

キーワード：有限要素法，地すべり，弾塑性，基礎理論
Key words：finite element method, landslide, elasto-plastic, fundamental theory

2.2　せん断強度低減法（SSRM）による全体安全率の計算

2.2.1　斜面の全体安全率

講座の冒頭で紹介されたように，FEMとは力学現象そのものを厳密に再現するための手段としてのみ用いられるわけではない。設計への適用を前提にした簡便な利用法がある。例えば極限平衡法で定義される安全率と同じ意味を持つ安全率を，FEMで求めることが可能である。本稿では，せん断強度低減法（以下，SSRMと略；Shear strength reduction method）に基づくFEM（例えばZienkiewicz et al. 1975，鵜飼1989など）について概略を述べる。

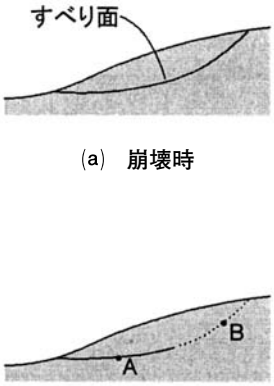
SSRMの説明に入る前に，まず全体安全率について復習をしておこう。全体安全率とは，斜面が崩壊する状態に対して現在どの程度余裕のある状態なのかを示す指標のことである。一般にはすべり土塊に作用する滑動力（もしくは滑動モーメント）の総和と，すべり面上の最大せん断抵抗力（もしくは抵抗モーメント）の総和との大小関係から，式(1)のように定義される。

$$F_s = \frac{\sum \text{すべり面上の最大せん断抵抗力（もしくは抵抗モーメント）}}{\sum \text{すべり土塊に作用する滑動力（もしくは滑動モーメント）}} \quad \cdots\cdots(1)$$

全体安全率がちょうど１となった時に斜面は崩壊する。また全体安全率が大きければ大きいほど，斜面は崩壊に対して高い安全性を有していることになる。地すべり対策工の効果も通常は全体安全率をもとに評価される。

次に斜面崩壊の力学機構について考えてみよう。斜面がすべり面を伴い崩壊する時，すべり面上では土が破壊状態に至っている。見方を変えれば，破壊状態に至った土の集合体が斜面を貫通する面を形成した時に，斜面は崩壊すると言える。図－１(a)は崩壊した斜面，図－１(b)は斜面が崩壊する寸前の状態を示した模式図である。これらをもとに，すべり面近傍の土の応力状態を検討してみよう。

土の応力ひずみ関係が弾完全塑性モデルという単純なモデルで表されると仮定すると，図－１(b)のA点とB点における応力状態はそれぞれ図－２(a)と(b)のように模式的に表される。B点における応力はせん断強度τ_fに達していないが，降雨や地震などにより外力条件が変化することで，将来せん断強度に至る可能性がある。B点の土が塑性化するということは，すべり面がB点にまで達するということである。



(a)　崩壊時

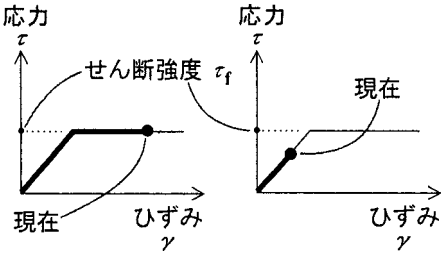
(b)　崩壊寸前

図－１　すべり面を伴う斜面崩壊

ここで式(1)に示した全体安全率について，もう一度検討してみよう。図－３は斜面内の力の釣合いに関する模式図である。図－２(a)の状態とは，図－３において，

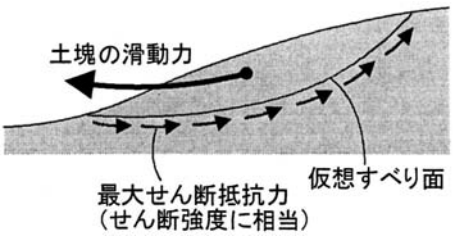
$$\sum \text{すべり土塊に作用する滑動力} > \sum \text{すべり面上の最大せん断抵抗力} \quad \cdots\cdots(2)$$

となった状態であり，もはや仮想すべり面上の土塊は静



(a)　A点　　(b)　B点

図－２　各点（図－１(b)）の応力状態（弾完全塑性モデルの場合）



図－3　斜面内の力の釣合いの模式図

止出来ず，すべり出すことを意味する。式(2)から$F_s<1$が導けることは明らかであろう。

一方，図－2(b)の状態とは，図－3において，

$$\sum\text{すべり土塊に作用する滑動力} < \sum\text{すべり面上の最大せん断抵抗力} \quad \cdots\cdots(3)$$

である状態に相当する。仮想すべり面の上端部において最大せん断抵抗力（せん断強度τ_f）が発揮されなくとも，斜面内の力の釣り合いが満足されている。式(3)から$F_s>1$が導けることも明らかであろう。

土の破壊がMohr-Coulombの破壊規準に従う場合，仮想すべり面上の各位置における最大せん断応力（せん断強度τ_f）は次式で表される。

$$\tau_f = c + \sigma \tan\phi \quad \cdots\cdots(4)$$

c，ϕは粘着力，内部摩擦角，σはすべり面上の垂直応力である。地下水による間隙水圧を考慮する場合は，式(4)のような全応力規準ではなく，有効応力規準（σ，c，ϕの代わりに，σ'，c'，ϕ'を用いたもの）を適用する。すべり面上の有効（垂直）応力σ'は，全（垂直）応力σから間隙水圧uを差し引いたものである。以降は全応力規準に基づき議論を進める。

図－1(b)の斜面内の土の強度定数をc，ϕとし，この斜面について求めた全体安全率をFとおく。次に，形状は図－1(b)と同一であるが，式(4)のτ_fをFで除した大きさのせん断強度を有する仮想的な斜面を考える。新たな土のせん断強度を$\tilde{\tau}_f$とおくと，これは次式で表される。

$$\tilde{\tau}_f = \frac{c+\sigma\tan\phi}{F} = \frac{c}{F} + \sigma\frac{\tan\phi}{F} = \tilde{c} + \sigma\tan\tilde{\phi} \quad \cdots\cdots(5)$$

$\tilde{c}$，$\tilde{\phi}$はSSRMの計算で使用する見かけのc，ϕである。

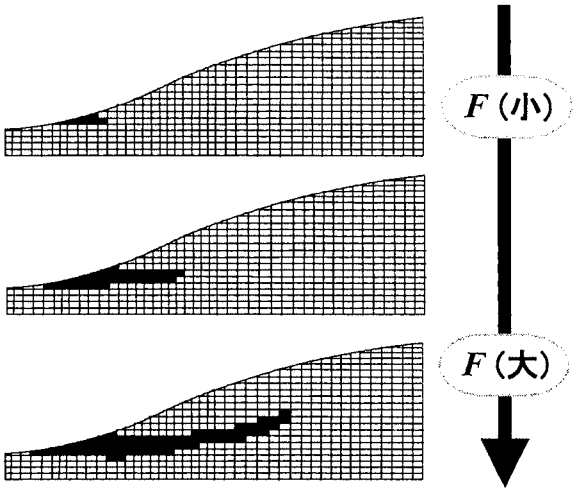
当然のことながら，この斜面はちょうど崩壊する瞬間の状態にある。$\tilde{\tau}_f$に基づいて全体安全率を計算すると$F_s=1$が得られる。

以上から分かるように，斜面の全体安全率F_sの別な定義として，“（仮想すべり面上の）土のせん断強度をある定数（通常＞1）で除した時に斜面が崩壊する場合，その定数が全体安全率F_sに相当する”と言うこともできる。土のc，ϕを徐々に低減させていく過程で斜面崩壊の瞬間を捉えるのが，SSRMの基本的発想である。

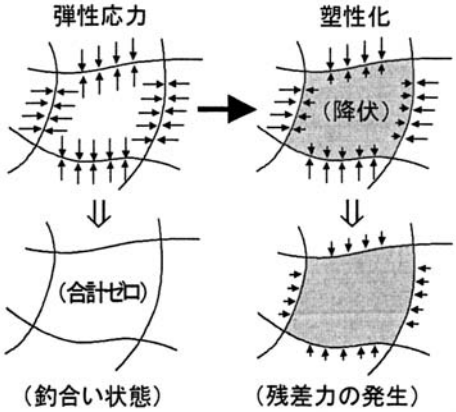
2.2.2　せん断強度低減有限要素法（SSRFEMと略）

SSRMに基づくFEMでは，まず式(5)のFを極めて小さな値とする。こうして得られた$\tilde{\tau}_f$（極めて大きな値となる）を土のせん断強度に用い，力の釣合い計算を行う。$\tilde{\tau}_f$が大きいということは，塑性化が生じないということであり，このためSSRMの計算第1ステップでは，斜面は弾性体として挙動する。

続いてFを若干増加させると，$\tilde{\tau}_f$がそれに応じて低減される。その条件下でもう一度力の釣合い計算を行う。そしてさらにFを増加・・・これを繰り返すうちに，斜面内のどこかで塑性化が生ずる（図－4）。塑性化した要素では，降伏規準や塑性ポテンシャルに基づき応力補正がなされ，弾性状態とは異なった応力値が得られる。広く弾塑性FEMで用いられる修正Newton-Raphson法（例えば田中他1996）という非線形計算法では，一次的な釣合い計算はすべて弾性を基本になされるので，図－5のように，塑性化した要素と塑性化していない要素との間には力の不均衡（残差力）が発生する。残差力は修正Newton-Raphson法に基づき，塑性化した要素以外の要素などに再配分（通常は隣接要素への負担が特に増加）される必要がある。こうしてうまく再配分が完了するまで，力の分配計算を繰返し行う。残差力のノルムが許容誤差範囲内に収まれば当該ステップの計算が収束したと判断して，次のステップに進む。



図－4　有限要素分割と塑性域（黒色部）の進展



図－5　一部要素の塑性化と残差力の発生

こうしてFを徐々に増加させる手順の繰返しにより，次第に塑性化する要素の個数が増え，また残差力の分配に要する繰返し計算の回数も増えていく。この繰返し回数はある時点から級数的に増加するので，上限値（例えば500回）を設けておくことにし，それを超えた場合には応力の再配分が困難と判断し，計算が発散したと考える。すなわち，斜面内の力の釣合いを満たすのに必要なせん断抵抗力を発揮できずに崩壊したことになる。この時点でのFが当該斜面の全体安全率F_sであるが，これが極限平衡法などにより得られるF_sと等価な物理的意味を有していることはすでに述べた。通常，塑性化した要素は大きなせん断ひずみが蓄積しているので，ひずみの大きさに基づいて斜面内を濃淡図化すると，図－６のようにすべり面の位置が可視化される。

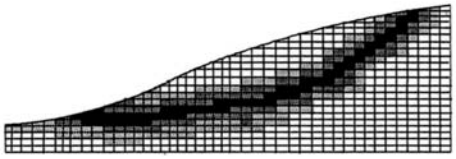
SSRMに基づくFEMの計算では，極限平衡法などのように，あらかじめすべり面の位置を固定することなく，計算の過程で自動的に最もすべりやすい面の位置が探索される。場合によっては，図－７のように，複数のすべり機構が発生することがあるが，これはほぼ同程度の崩壊可能性を有する機構が複数存在することを意味する。多くの場合，どちらか（図－７ではAの方）がわずかに先に斜面を貫通して崩壊機構を形成する。

以降では，SSRFEMを用いて斜面安定解析を行った例を示す。

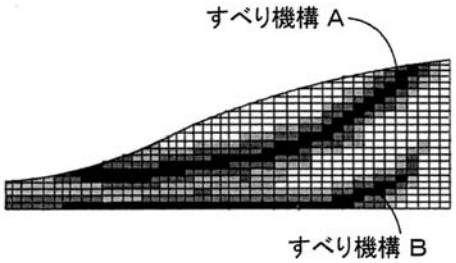
2.2.3　SSRFEMによる斜面安定解析例

以下に示す２つの例において，極限平衡法とSSRFEMによる結果を比較し，SSRFEMの有効性を示す。他の例に関する比較は蔡ら（2003）の論文を参照されたい。

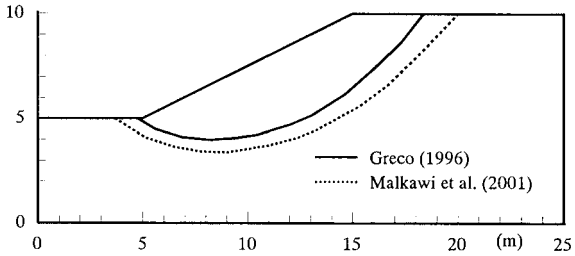
例１は図－８に示すような均一な斜面であり，土の内部摩擦角ϕは10°，粘着力cは9.8kPa，単位体積重量γは17.64kN/m^{3}である。Yamagami and Ueta（1988）はMorgenstern-Price法を用いて安全率を計算し，DFP法，BFGS法，Powellの共役勾配法，シンプレックス法等，いくつかの最適化手法により臨界非円弧すべり面を探索した。Greco（1996）はSpencer法を用いて安全率を計算し，パターン・サーチとモンテカルロ法により臨界非円弧すべり面を探索した。Malkawi et al.（2001）はSpencer法を用いて安全率を計算し，モンテカルロ法により臨界非円弧すべり面を探索した。Rocscience Inc.（2002）は簡便法や簡易Bishop法を用いて安全率を計算し，オート・リファイン・サーチ法により臨界円弧すべり面を探索する一方，簡易ヤンブー法やSpencer法を用いて安全率を計算し，ランダム・サーチ法により臨界非円弧すべり面を探索した。



図－６　せん断ひずみ分布を基にすべり面位置を判断



図－７　斜面崩壊機構に複数の候補がある場合

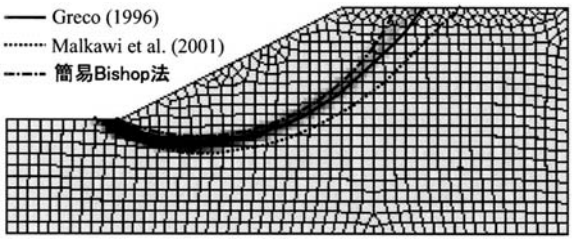


図－８　例１の斜面

SSRFEMにより例１の斜面の全体安全率を計算した結果を図－９に示す。破壊直前の最大せん断ひずみ増分の分布から臨界すべり面位置を決定した（図－９に示すように，このひずみ増分が大きいほど，色が濃い）。最大せん断ひずみ増分が最も大きい位置と，従来の研究で指摘されているすべり面位置はほぼ一致しているのがわかる。SSRFEMにより探索した臨界すべり面と簡易Bishop法の臨界円弧すべり面は特によく一致している。計算された全体安全率の比較を表－１に示す。

全体安全率を簡易Bishop法により計算したときの臨界円弧すべり面上におけるSSRFEM，簡便法，簡易Bishop法により計算した垂直応力とせん断応力の分布を図－10に示す。ここでのせん断応力は垂直応力から式(5)により計算した応力である。臨界円弧すべり面に沿った垂直応力の積分和はそれぞれ563kN，505kN，570kNであり，SSRFEMの結果と簡易Bishop法の結果はほぼ同じであるが，簡便法の結果は最も小さいことがわかった。これより全体安全率の大小関係を説明できる。つまり，SSRFEMと簡易Bishop法を用いて計算した全体安全率はほぼ同じであるが，簡便法による全体安全率はやや小さい。

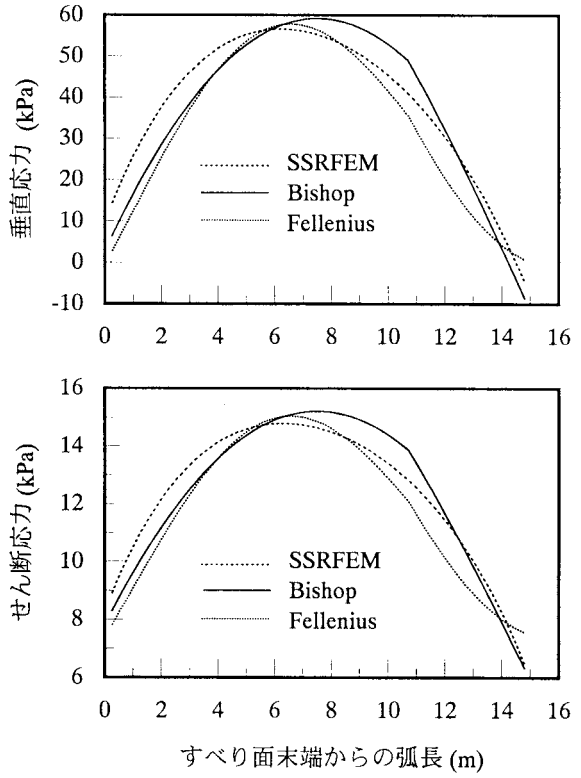
例２は傾斜した地層構造を持つ斜面であり，図－11に



図－９　例１の臨界すべり面

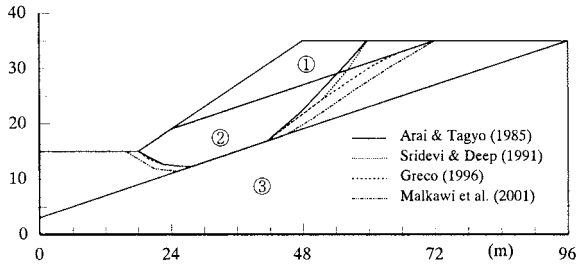
表－1　例1の全体安全率

安全率計算法	臨界すべり面探索法	全体安全率
(a) Yamagami and Ueta (1988)		
Morgenstern-Price	BFGS	1.338
Morgenstern-Price	DFP	1.338
Morgenstern-Price	共役方向	1.338
Morgenstern-Price	Simplex	1.339-1.348
(b) Greco (1996)		
Spencer	Pattern search	1.327-1.330
Spencer	Monte Carlo	1.327-1.333
(c) Malkawi et al. (2001)		
Spencer	Monte Carlo	1.238
(d) Rocscience Inc. (2002)		
簡便法（円弧）	Auto refine	1.278
簡易 Bishop（円弧）	Auto refine	1.347
簡易 Janbu(非円弧)	Random search	1.199
Spencer（非円弧）	Random search	1.342
(e) 本講座		
簡便法（円弧）	Simplex	1.275
簡易 Bishop（円弧）	Simplex	1.343
FEM ($\psi=0$)	FEM ($\psi=0$)	1.339
FEM ($\psi=\phi$)	FEM ($\psi=\phi$)	1.343



図－10　臨界円弧すべり面上における垂直応力とせん断応力

示すように層①と層③の間にせん断強度が小さい層②がはさまれている。材料の特性を表－2に示す。Arai and Tagyo（1985）は簡易ヤンブー法を用いて安全率を計算し，共役勾配法により臨界すべり面を探索した。同じ斜



図－11　例2の斜面

表－2　例2の材料特性

Layer	ϕ'(°)	c'(kPa)	γ(kN/m^3)
①	12	29.4	18.82
②	5	9.8	18.82
③	40	294.0	18.82

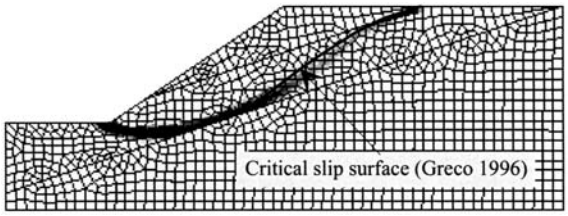
面に対してSridevi and Deep（1992）は簡易ヤンブー法を用いて安全率を計算し，ランダム・サーチ法により臨界すべり面を探索した。Greco（1996）はSpencer法を用いて安全率を計算し，パターン・サーチとモンテカルロ法により臨界すべり面を探索した。Malkawi et al.（2001）はSpencer法を用いて安全率を計算し，モンテカルロ法により臨界すべり面を探索した。Kim et al.（2002）はSpencer法を用いて安全率を計算し，ランダム・サーチ法により臨界すべり面を探索した。Rocscience Inc.(2002）は簡易ヤンブー法やSpencer法を用いて安全率を計算し，ランダム・サーチ法により臨界すべり面を探索した。Greco（1996）とKim et al.（2002）の探索した臨界すべり面はほぼ一致している。またArai and Tagyo（1985）とRocscience Inc.(2002）の探索した臨界すべり面はほぼ同じである。Kim et al.(2002）は極限解析によりこの例を解析した。

ここでは，SSRFEMにより斜面の全体安全率を計算し，破壊直前の最大せん断ひずみ増分の分布から臨界すべり面位置を決定した。計算された全体安全率を表－3に示す。図－12に示すように，SSRFEMによる臨界すべり面（図－12）は，Greco（1996）の探索した臨界すべり面とよく一致している。特に，斜面の天端付近にある臨界すべり面の一部は層①と②の境界面に沿っていることをよく表現している。しかしながら，極限平衡法を用いて安全率を計算し，最適化手法により探索した6つの臨界すべり面（これらのうち4つが図－11に示されている）のうち，SSRFEMによる臨界すべり面とほぼ一致したのは，2つ（これらのうち1つが図－12に示されている）しかないことがわかった。したがって，解析の前に，すべり面の形状を仮定する必要がないSSRFEMのような安定解析法は他の手法に比べてより優位にあると考えられる。

表－3　例2の全体安全率

安全率計算法	臨界すべり面探索法	全体安全率
(a) Arai and Tagyo (1985)		
簡易 Janbu	共役勾配法	0.405, 0.430*
(b) Sridevi and Deep (1992)		
簡易 Janbu	RST-2	0.401, 0.423*
(c) Greco 1996		
Spencer	Pattern search	0.388
Spencer	Monte Carlo	0.388
(d) Malkawi et al. (2001)		
Spencer	Monte Carlo	0.401
(e) Rocscience Inc. (2002)		
Spencer	Random search	0.401
簡易 Janbu	Random search	0.410, 0.434*
(f) Kim et al. (2002)		
Spencer	Random search	0.44
Lower-bound	-	0.40
Upper-bound	-	0.45
(g) 蔡・鵜飼（2003）		
FEM ($\psi=0$)	FEM ($\psi=0$)	0.417
FEM ($\psi=\phi$)	FEM ($\psi=\phi$)	0.423

* 簡易 Janbu 法の安全率を Janbu の修正係数 f_0 に乗じたものである。



図－12　例2の臨界すべり面

参考文献

Arai, K., and Tagyo, K.(1985)：Determination of noncircular slip surface giving the minimum factor of safety in slope stability analysis, Soils and Foundations, Vol. 25, No. 1, pp. 43－51.

蔡　飛・鵜飼恵三（2003）：斜面安定性の評価－極限平衡法と弾塑性FEMとの比較，地すべり，Vol. 39，No. 4.

Greco, V.R.(1996)：Efficient Monte Carlo technique for locating critical slip surface, J. Geotech. Engrg., ASCE, Vol. 122, No. 7, pp. 517－525.

Kim, J., Salgado, R., and Lee, J.(2002)：Stability analysis of complex soil slopes using limit analysis, J. Geotech. and Geoenvir. Eng., Vol. 128, No. 7, pp. 546－557.

Malkawi, A.I.H., Hassan, W.F., and Sarma, S.K.(2001)：Global search method for locating general slip surface using Monte Carlo techniques, J. Geotech. and Geoenvir. Engrg., ASCE, Vol. 127, No. 8, pp. 688－698.

Rocscience Inc.(2002)：Verification manual for Slide, 2D limit equilibrium slope stability for soil and rock slopes, Version 4.0, Rocscience Inc., Canada.

Sridevi, B., and Deep, K.(1992)：Application of global-optimization technique to slope-stability analysis, Proc. 6th Int. Symp. on Landslides, pp. 573－578.

田中忠次・鵜飼恵三他（1996）：地盤の三次元弾塑性有限要素解析，丸善，pp. 142－149.

鵜飼恵三（1989）：弾塑性FEMによる斜面の全体安全率の計算法，Soils and Foundations, Vol. 29, No. 2, pp. 190－195.

Yamagami, T., and Ueta, Y.(1988)：Search for noncircular slip surfaces by the Morgenstern-Price method, Proc. 6th Int. Conf. Numer. Methods in Geomech., pp. 1335－1340.

Zienkiewicz, O.C., Humpheson, C. and Lewis, R. W.(1975)：Associated and non-associated visco-plasticity and plasticity in soil mechanics, Geotechnique, Vol. 25, No. 4, pp. 671－689.

（原稿受付2003年2月24日，原稿受理2003年3月5日）

地すべり解析における有限要素法の利用 第５回 Finite element method for landslide analysis No.5

２．FEMによる地すべり解析の基礎理論
Fundamental theories of FEM for landslide analysis

西田憲司／㈱大林組技術研究所
Kenji NISHIDA／Technical Research Institute, Obayashi Corporation

蒋　景彩／徳島大学工学部
Jing-Cai JIANG／Faculty of Engineering, The University of Tokushima

山上拓男／徳島大学工学部
Takuo YAMAGAMI／Faculty of Engineering, The University of Tokushima

キーワード：有限要素法，地すべり，浸透，降雨，基礎理論
Key words：finite element method, landslide, seepage, rainfall, fundamental theory

2.3　降雨・地下水浸透の解析
2.3　Analysis of groundwater flow during rainfall
2.3.1　はじめに

斜面崩壊や地すべりは降雨などの影響で斜面内の間隙水圧が上昇し，土のせん断強度が低下することに起因して発生する場合が少なくない。それゆえ，斜面の安定化対策として排水工がよく利用されている。こうした水の作用による斜面崩壊や地すべりのメカニズム解明，或いは排水工効果の定量的評価を行うためには，地盤内の浸透挙動を的確に把握することが極めて重要である。有限要素法に基づく浸透流解析はそのための非常に有効なツールといってよい。解析理論と計算機の進歩に伴い，有限要素法によれば今日では不飽和，三次元，広域流れなど浸透に関するあらゆる問題に対応可能となっている。

本講座では，飽和・不飽和浸透流の支配方程式と有限要素法による定式化の大略を述べ，解析例をあげている。なお，講座の趣旨に従い式の誘導は割愛した。詳細は参考文献を参照されたい。

2.3.2　飽和・不飽和浸透流の支配方程式

地盤内における飽和領域および不飽和領域を一体とした浸透流の支配方程式は式(1)で表される[1]。

$$\frac{\partial}{\partial x_i}\left[k_r(\psi)k_{ij}{}^S\frac{\partial\psi}{\partial x_j}+k_r(\psi)k_{i3}\right]-\left[C(\psi)+\alpha S_s\right]\frac{\partial\psi}{\partial t}=0$$
$$(i,\ j=1,\ 2,\ 3)\quad\cdots\cdots(1)$$

ここに，x_i：座標値，$k_r(\psi)$：相対透水係数，ψ：圧力水頭，$k_{ij}{}^S$：飽和透水係数，$C(\psi)$：比水分容量，α：$\alpha=1\ (\psi\geqq 0)$，$\alpha=0\ (\psi<0)$，S_s：比貯留係数，t：時間。

式(1)を解くためには，解析領域内での初期条件および境界条件を設定する必要がある。

(a)　初期条件

飽和・不飽和浸透流は，土の体積含水率θによって挙動が大きく異なる。体積含水率は圧力水頭に依存するため，解析領域内の初期水頭分布が既知でなければならない。すなわち，座標値x_iにおける時刻$t=0$の水頭値が$\psi_0(x_i,0)$のとき

$$\psi(x_i,0)=\psi_0(x_i,0)\quad\cdots\cdots(2)$$

あるいは，次式(3)に示すように，不飽和領域内の体積含水率θを初期条件とすることもできる。

$$\theta(x_i,0)=\theta_0(x_i,0)\quad\cdots\cdots(3)$$

(b)　境界条件

①水頭が既知の境界

外水位と接している面においては，水頭既知の境界条件を与えることができる。すなわち，座標値x_iにおける時刻$t=t$の水頭値が$\psi_b(x_i,t)$のとき

$$\psi(x_i,t)=\psi_b(x_i,t)\quad\cdots\cdots(4)$$

②流量が既知の境界

降雨がある場合や井戸の揚水量が既知の場合は，流量既知の境界条件を与えることができる。座標値x_iにおける時刻$t=t$の流量が$Q(x_i,t)$のとき

$$\left(k_{ij}(\psi)\frac{\partial\psi}{\partial x_i}+k_{ij}\right)n_i=-Q(x_i,t)\quad\cdots\cdots(5)$$

ここに，n_i：境界面の垂直ベクトル。

解析領域の基盤が不透水層であれば，基盤面は流量ゼロとなり，流量既知の条件となる。こうした条件は不透水境界と呼ばれ，多くの解析ソフトにおいては特に何も入力する必要はなく，自動的に満たされる。

2.3.3　有限要素法による定式化

浸透問題の有限要素法による定式化には大別して二つの方法がある。一つは変分法に基づくもので，支配方程式と等価な汎関数を求め，それを最小にすることによって近似解を得る手法である。もう一つの方法は，重みつき残差法によるもので，支配方程式から直接有限要素近似を数学的に導く手法であり，汎関数の存在しない問題にまで拡張できる利点がある。有限要素法による浸透解析発展の初期の段階においては前者が用いられたが，近

年ではもっぱら後者が採用されている。

Galerkin法に基づく重みつき残差法[2),3)]を用いれば，最終的に式(6)のような定式化に到達する[1)]。

$$A_{nm}\phi_m+F_{nm}\frac{d\phi_m}{dt}=Q_n-B_n-D_n$$
$$(n,\ m=1,\ 2,\ 3\cdots,\ M)\quad\cdots\cdots(6)$$

ここに，

$$A_{nm}=\sum_e k_{rl}k_{ij}{}^s\int_{Ve}N_l\frac{\partial N_n}{\partial x_i}\cdot\frac{\partial N_m}{\partial x_i}dV\quad\cdots\cdots(7)$$

$$F_{nm}=\sum_e\int_{Ve}(C_lN_lN_n+N_n\alpha S_s)dV\quad\cdots\cdots(8)$$

$$Q_n=-\sum_e\int_{Se}VN_nd\sigma\quad\cdots\cdots(9)$$

$$B_n=\sum_e k_{lr}k_{i3}\int_{Ve}N_l\frac{\partial N_n}{\partial x_i}dV\quad\cdots\cdots(10)$$

$$D_n=\sum_e\int_{Ve}S_sN_ndV\quad\cdots\cdots(11)$$

ただし，M：節点数，l：要素における各節点番号，N_l：節点lにおける形状関数，e：要素数，V：体積，D_n：解析領域内の吸水および湧水量。

2.3.4　時間項の取り扱い

式(6)はある特定の時間状態に対して式(1)を有限要素法により定式化したものである。そこで時間項を取り扱うため，問題を適当な漸化式に書き下し，逐次計算を行うこととなる。漸化式として差分法を直接用いる方法と，Galerkinの重みつき残差法を各時間区分に対して用いるなどの方法があるが，以下では時間項の取り扱いが明確な差分法を用いる。差分法による漸化式としては中央差分，後退差分があり，式(6)の漸化式は以下のようになる。

(a)　中央差分

$$\left(A_{nm}{}^{k+\frac{1}{2}}+\frac{2}{\Delta t^k}F_{nm}{}^{k+\frac{1}{2}}\right)\phi_m{}^{k+1}$$
$$=2Q_n{}^{k+\frac{1}{2}}-2B_n{}^{k+\frac{1}{2}}-2D_n{}^{k+\frac{1}{2}}$$
$$-\left(A_{nm}{}^{k+\frac{1}{2}}-\frac{2}{\Delta t^k}F_{nm}{}^{k+\frac{1}{2}}\right)\phi_m{}^k$$
$$(n,\ m=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ M)\quad\cdots\cdots(12)$$

(b)　後退差分

$$\left(A_{nm}{}^{k+\frac{1}{2}}+\frac{2}{\Delta t^k}F_{nm}{}^{k+\frac{1}{2}}\right)\phi_m{}^{k+1}$$
$$=Q_n{}^{k+\frac{1}{2}}-B_n{}^{k+\frac{1}{2}}-D_n{}^{k+\frac{1}{2}}+\frac{1}{\Delta t^k}F_{nm}{}^{k+\frac{1}{2}}\phi_m{}^k$$
$$(n,\ m=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ M)\quad\cdots\cdots(13)$$

ここにkはある時間段階を表し，$t=t^k$，$\Delta t^k=t^{k+1}-t^k$であり，各時間区間において以下のようになる。

$$\phi_n{}^{k+\frac{1}{2}}=\phi_n{}^k+\frac{\Delta t^k}{2\Delta t^{k-1}}\left(\phi_n{}^k-\phi_n{}^{k-1}\right)\quad\cdots\cdots(14)$$

式(12)，(13)より逐次計算の解$\phi_n{}^{k+1}$をGaussの消去法[2)]を用いて求めることができる。

目下の浸透問題は非線形問題であるため，解の精度を良くする目的で反復計算を導入するが，各反復過程においては，

$$\phi_n{}^{k+\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\left(\phi_n{}^k+\phi_n{}^{k-1}\right)\quad\cdots\cdots(15)$$

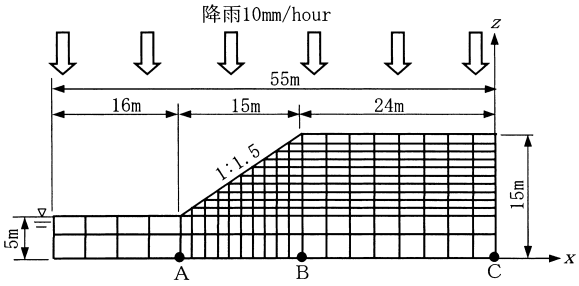
とする。

2.3.4　降雨時における斜面の解析例

(1)　解析条件

降雨時の斜面内間隙水圧変化を解析した例を示す。斜面の形状と有限要素メッシュ分割を図－1に示す。この問題は鉛直断面内の二次元問題である。斜面の土質は均質とし，高さは10m，勾配は1：1.5である。初期地下水面は斜面法尻高さ（$z=5$ m）に存在する。土の物性および斜面法肩高さにおける初期水分特性は表－1に示したとおりである。地盤の不飽和浸透特性は図－2に示すとおりである。斜面内の初期相対飽和度は，斜面法肩高さで表－1に示す値をとり，深さ方向に直線的に増加して初期地下水位高さで飽和度100%になるよう設定した。

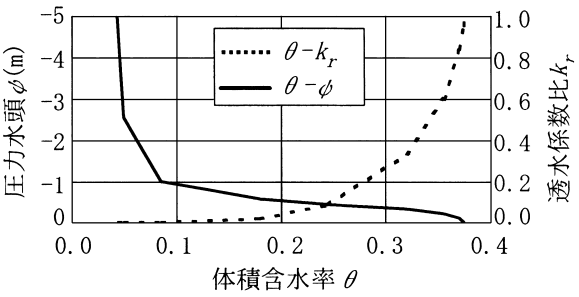
この斜面全体に降雨強度10mm/hour，継続時間72時間（総降雨量720mm）の降雨を与えたときの非定常解析を行った。解析にあたっては，モデル左端（下流側）



図－1　モデル斜面と有限要素メッシュ分割

表－1　土の物性と斜面法肩高さでの初期水分特性

土の物性	残留体積含水率 θ_r	0.044
	飽和体積含水率 θ_s	0.375
	飽和透水係数 k_s	6.3832×10^{-3} cm/sec
斜面法肩高さでの初期水分特性	体積含水率 θ	0.232
	飽和度 $S_r=\theta/\theta_s$	0.618
	相対飽和度 $S_e=(\theta-\theta_r)/(\theta_s-\theta_r)$	0.617



図－2　地盤の不飽和浸透特性

における地下水面が斜面法尻高さ（$z=5$ m）で一定とした。また，モデル右端（上流側）および下端は不透水境界とした。

⑵　斜面内の圧力水頭分布

図－３には２，24，72時間後の圧力水頭の等高線を示した。圧力水頭ゼロのラインが地下水位を表すことになるが，降雨の浸透により斜面内の水位が上昇していく様子がわかる。また，24時間後の等高線と72時間後のそれは，ほぼ同じ形状をしているため，24時間後にほぼ定常状態の地下水流れになったことがわかる。地下水位が24時間以降上昇しない理由は，降雨が斜面内に浸透して下流側へ流動し，解析モデルへの降雨流入量とモデル左端からの流出量がほぼ釣合うためと考えられる。

図－４には斜面内節点A，B，Cにおける圧力水頭の時間変化を示した。降雨が斜面に浸透することにより圧力水頭が上昇し，その後ほぼ一定になることがわかる。

2.3.5　排水ボーリングが設置された斜面の解析例

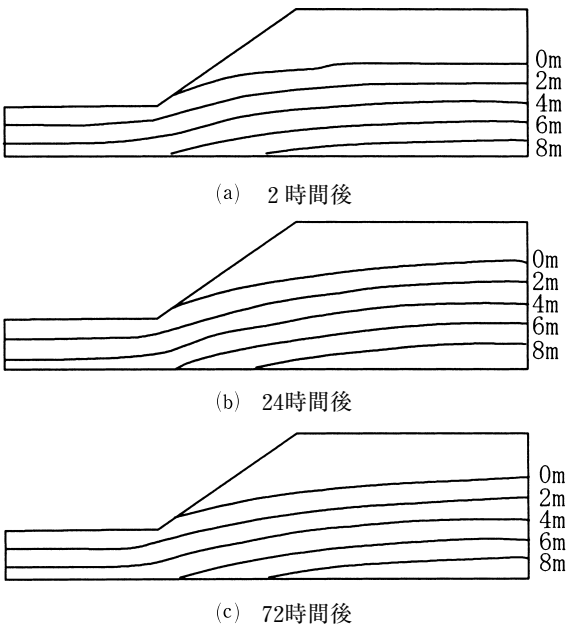
⑴　解析条件

2.3.4節で取上げた斜面に排水ボーリングを設置した場合の解析を行なった。排水ボーリングがない場合は，先述のとおり断面二次元解析が可能であったが，排水ボーリングを設置した場合には，斜面内に三次元的な流れが生じるために三次元解析が必要である。

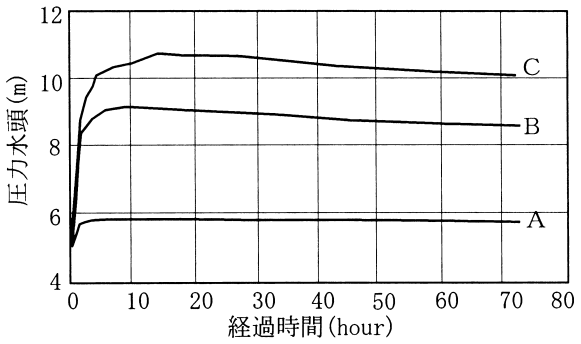
排水ボーリングは，図－５に示すとおり斜面法尻から斜面内へ水平に長さ15m，そしてy方向に$2S=10$m間隔で配置されている。そのため，図－５に示す有限要素メッシュは，三次元的な対称性を利用して分割されている。このように検討対象領域の全てを解析モデルにする必要はなく，対称性をうまく考慮することで相対的に小さなモデルで検討できる。

有限要素法に基づく排水ボーリングのモデル化にあたっては，排水ボーリングを圧力水頭ゼロの節点として取り扱う手法[4)－6)]と排水ボーリングを透水係数を有する一次元有限要素として表現する手法がある[7)]。ここでは，後者の手法を用いることとし，排水ボーリングの飽和透水係数を$k^B=400$cm/secとし，排水ボーリング出口部における節点の圧力水頭をゼロに規定した。排水ボーリングの不飽和浸透特性は図－６に示すものを用いた。

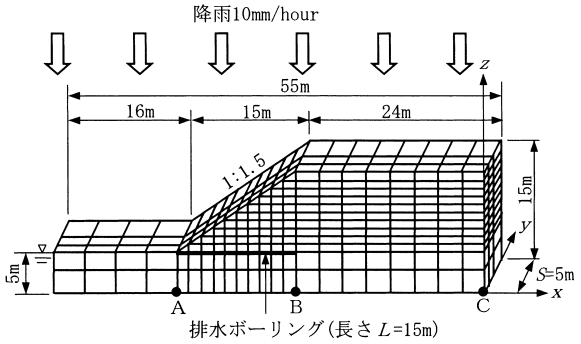
ここで，排水ボーリングの飽和透水係数k^Bを決定する一方法論を述べておきたい。排水ボーリングとして設置されるパイプには，大きさ，開孔率の違いなど様々なタイプがあり，それらに応じて適切なk^Bを設定する必要がある。その手段として，模型実験と逆解析を用いた設定法が考えられる[7)]。すなわち，当該排水パイプを適当に敷設した手ごろな模型地盤について精度の高いモデル実験を行い，得られた結果から逆解析手法で実現象を最も良く説明できる透水係数k^Bを同定するのである。こうして逆解析された透水係数k^Bは，そのパイプ固有



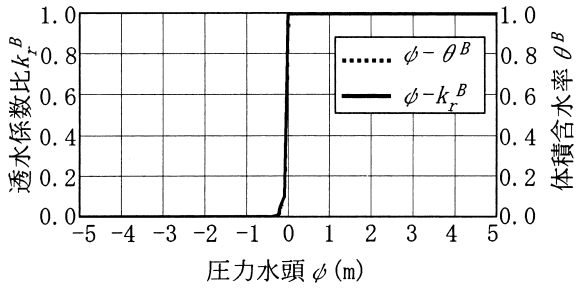
図－３　斜面内の圧力水頭の等高線



図－４　斜面内節点A～Cの圧力水頭の時間変化



図－５　モデル斜面と有限要素メッシュ分割



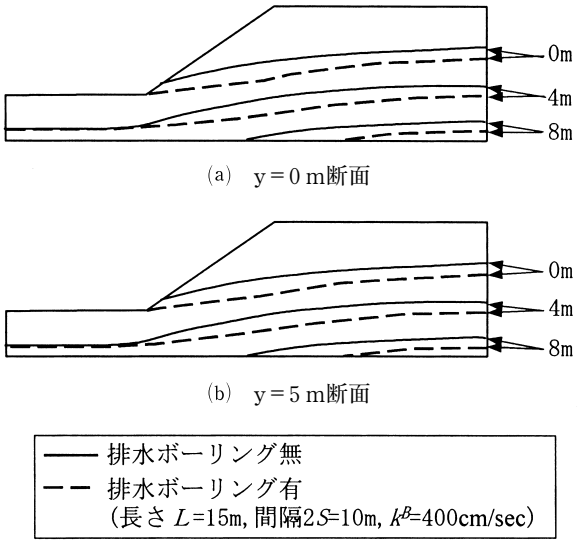
図－６　排水ボーリングの不飽和浸透特性

の普遍的な値と見なしてよく，以後当該パイプが如何なる現場で用いられる場合でも，その値を採用することができる。

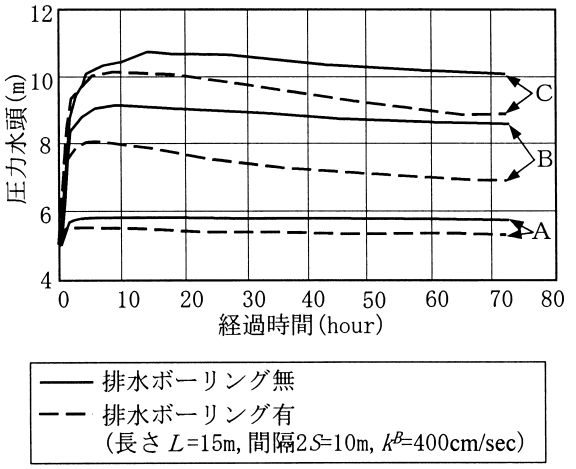
(2) 斜面内の圧力水頭分布

図－7に排水ボーリングを含む断面（$y=0$ m）およびボーリングから5m離れた断面（$y=5$ m）における72時間後の圧力水頭の等高線を示した。図－8には斜面内節点A，B，Cにおける圧力水頭の時間変化を示した。両図とも排水ボーリングを設置しない場合の結果も併記している。排水ボーリングを設置することにより斜面内の圧力水頭は低下しており，排水ボーリングの効果は明瞭である。なお,72時間後までの排水ボーリング1本からの合計流出流量は298.4m^{3}であった。

ここでは長さ10mの排水ボーリングをy方向に10m間隔で設置した場合を検討したが，さらに斜面内の圧力水頭を低下させねばならない場合は，①排水ボーリングを長くする，②設置間隔を短くする，③ボーリング径を大きくする，などの検討が必要になる。こうした検討においても，有限要素浸透流解析を用いれば容易に解が得られる。また，斜面が多層地盤から成る場合においても有限要素浸透流解析は有効である。



図－7　72時間後における斜面内圧力水頭の等高線



図－8　斜面内節点A～Cの圧力水頭の時間変化

2.3.6　おわりに

本講座では二つの例を通して，降雨に伴う斜面内の水位（水圧）変化や排水ボーリング工の定量的評価が可能であることを示した。有限要素浸透流解析に際しては，個別の問題ごとに解析領域，透水係数，流入流出境界条件等を適切に設定する必要があるが，こうした点については，紙面の関係上関連文献[8)－10)]等を参照されたい。

実際の地すべり斜面は均質ではなく成層構造や水みち等を有する複雑な地盤構成をとる場合が大半を占めている。こうした状況のもとで信頼性の高い解析結果を得るには，何よりもまず，地盤の浸透特性を的確に表現しなければならない。しかし，現況では自然地山の成層構造や水みち等を明らかにするのは技術的・経済的に見て大変困難であり，今後浸透特性に関わる地盤構成を適切に評価するための技術（調査法や逆解析法）の開発が強く望まれる。

参考文献

1）赤井浩一・大西有三・西垣　誠（1977）：有限要素法による飽和－不飽和浸透流の解析，土木学会論文報告集，第264号，pp. 87－96.

2）Zienkiewicz, O. C.（1971）：The Finite Element Method in Engineering Science, McGraw-Hill, New York.

3）Finlayson, B. A.（1972）：The Method of Weighted Residuals and Variational Principles, Academic Press, New York.

4）駒田広也・宮口友延（1980）：湛水池地山内浸透流に対する遮水および排水に関する考察，電力中央研究所報告3800126.

5）駒田広也・北原義浩（1981）：層状を成す岩盤における切取斜面の浸透流解析，電力中央研究所報告381016.

6）Cai, F., Ugai, K., Wakai, A. and Li, Q.（1998）：Effects of horizontal drains on slope stability under rainfall by three-dimensional finite element analysis, Computers and Geotechnics, Vol. 23, pp. 255－275.

7）西田憲司・山上拓男・蒋景彩（2000）：排水ボーリング効果の定量的評価法，地すべり，Vol. 37，No. 3（通巻第143号），pp. 1－9.

8）浅野志穂・朴　三奎・松浦純生・岡本　隆（2000）：大規模地すべり地における融雪期の地下水流動解析，地すべり，Vol. 36，No. 4（通巻第140号），pp. 70－77.

9）綱木亮介（2000）：貯水池周辺の地すべり地における残留間隙水圧の実態と解析事例，ダム工学，Vol. 10，No. 1，pp. 33－41.

10）井良沢道也・南雲政博・大川　滋（2002）：三次元シミュレーション解析を用いた地下水排除工の定量的効果判定，地すべり，Vol. 39，No. 2（通巻第150号），pp. 34－44.

（原稿受付2003年8月20日，原稿受理2003年9月22日）

地すべり解析における有限要素法の利用 第６回 Finite element method for landslide analysis No.6

２．FEMによる地すべり解析の基礎理論
Fundamental theories of FEM for landslide analysis

蔡　飛／群馬大学工学部
Fei CAI／Faculty of Engineering, Gunma University

キーワード：有限要素法，地すべり対策工，弾塑性，３次元解析
Key words：finite element analysis, landslide stabilization, elasto-plastic, three-dimensional analysis

2.4　FEMによる地すべり対策工の効果判定

2.4.1　弾塑性FEM解析の必要性

地すべり対策工を計画する際に，次の各事項が確保されなければならない。すなわち（1）地すべりの安全率が計画安全率より大きいこと，（2）対策構造物が崩壊しないことである。これまでは，２次元極限平衡法により計画安全率を達成するために必要な対策工の効果（例えば，杭工においては抑止力，アンカー工においてはアンカー力，地下水排除工においては地下水位の低下量等）を算定し，安全性を確保できる地すべり対策工の規格，規模等を決定してきた。２次元極限平衡法は，経験と実績に裏付けられた簡便な方法であるが，杭工やアンカー工など対策構造物と地すべり土塊との相互作用，対策構造物の３次元性，土の弾塑性的性質などを定量的に考慮できない。したがって，より詳細に対策工の効果を評価するために，弾塑性FEMが必要であると考えられる。

弾塑性FEM解析では，まず土の自重および水圧による初期応力を計算する。次に対策工を設置し，対策工が設置された地すべりにせん断強度低減FEMを適用し，地すべりの安全率を算定すると同時に，計算された応力を用いて，対策構造物の安全性を判定する。せん断強度低減FEMの詳細は文献（1，2）を参照されたい。また，本講座はこれまで主に２次元弾塑性FEM解析の手法を説明してきた。３次元解析手法は２次元解析と概ね同じなので，ここでは省略させていただく。詳細は文献（1）を参照されたい。

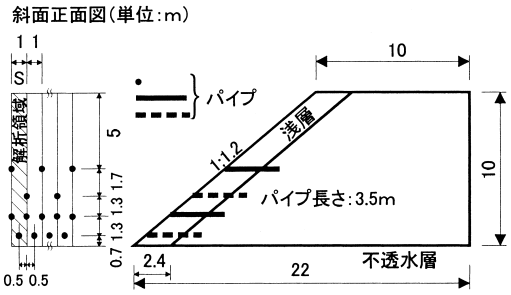
以下に対策工が単独で設置された場合の対策工の効果をせん断強度低減FEMにより計算した例を示す。実際の地すべりでは各種の対策工が同時に施工される場合もあり，せん断強度低減FEMは複数の対策工の施工に対しても適用し得る。

2.4.2　FEMによる地下水排除工の効果判定

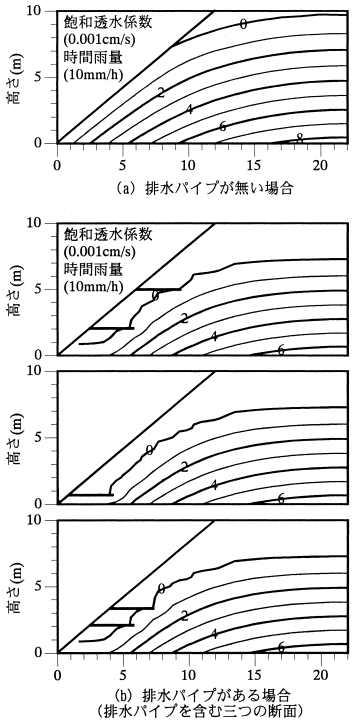
地下水排除工の効果を判定するためには，地下水排除工による地下水位の低下を求めなければならない。地下水排除工として良く用いられている集水ボーリング工と排水パイプをモデル化する方法として４つあげられる。（1）最も簡単な方法として，集水ボーリング工もしくは排水パイプ上にある全ての節点の圧力水頭をゼロとする[3]，（2）集水ボーリング工もしくは排水パイプを１次元要素によりモデル化する[4]，（3）集水ボーリング工もしくは排水パイプを１本ずつモデル化せず，集水ボーリング工もしくは排水パイプの占める領域をある厚さをもつ透水性のよいゾーンとする[5]，（4）集水ボーリング工もしくは排水パイプを１本ずつモデル化せず，集水ボーリング工もしくは排水パイプの占める領域を透水性のよいゾーンとして，平面要素を用いてモデル化する[6]。

代表的な地下水排除工である集水井には集水ボーリング工が施工されるのが一般的であり，集水井内部より放射状に数十本施工される。理想的には集水ボーリング工を１本ずつモデル化することが望ましいが，メッシュ作成，解析時間，コンピュータの性能によって計算が制約されるため，集水ボーリング工を前述の方法（3）もしくは（4）を用いてモデル化するのが有効であると考えられる。

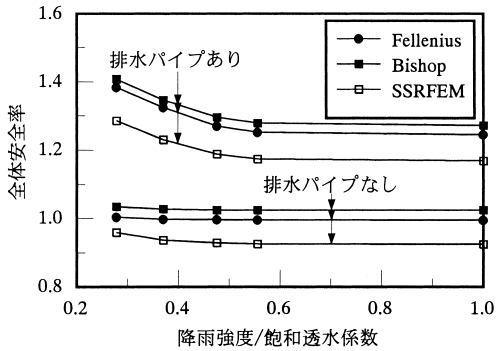
以下に排水パイプを方法（1）を用いてモデル化した解析例を示す。斜面の崩壊の多くは，降雨などによる地下水位の上昇が原因で生じる。砂質土からなる斜面では，浅層崩壊を防ぐために短い排水パイプを法面から挿入することがある。図－１はそのような例である。時間雨量を一定と仮定し，飽和・不飽和浸透流解析を実施した。計算された圧力水頭を利用して３次元せん断強度低減FEMにより全体安全率を計算した。降雨時も排水パイプ内は満水でないことが確認されたので，飽和・不飽和浸透流解析では，排水パイプ上にあるすべての節点の圧



図－１　排水パイプを有する斜面のモデル



図－2　圧力水頭（単位：m）の分布図



図－3　全体安全率と飽和透水係数により除した降雨強度との関係（浅層：c'＝8.83kPa，ϕ'＝27°，深層：c'＝24.53kPa，ϕ'＝27°）

力水頭をゼロであるとした。また，解析では，対称性を利用して最小限の領域を解析対象とした。図－2に排水パイプを設置しない場合と設置した場合における定常状態での圧力水頭の分布図を示す。図－2に示すように排水パイプを設置することで，斜面表層の地下水位が大きく低減したことがわかる。図－3に排水パイプを設置しない場合と設置した場合の全体安全率と飽和透水係数により除した降雨強度との関係を示す。図－3より，排水パイプの効果がわかる。

2.4.3　FEMによる杭工の効果判定

FEM解析において，杭工をモデル化する方法は2つある。(1) 杭工を梁要素によりモデル化する方法[7,8]，また (2) 杭工をソリッド要素によりモデル化する方法である。梁要素は杭工を簡便にモデル化できるが，線的な要素で体積がないため，杭工と地すべり土塊との相互作用を厳密に考慮するには限界がある。しかし，微小変形の範囲では梁要素とソリッド要素の結果に大きな差はないと考えられ，杭が数十本あるような大規模な地すべり解析を行う場合には梁要素の用いられる場合が多いのが現状である。

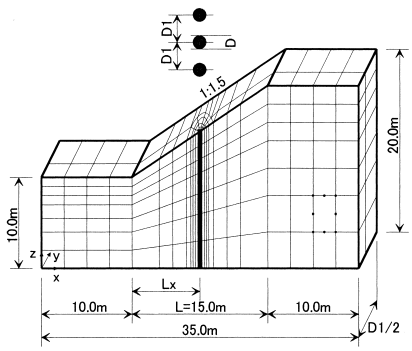
以下に杭工をソリッド要素によりモデル化する一つの例を示す。図－4に1列の杭工で補強された斜面モデルを示す。直径D＝0.8m，杭間隔D1＝3Dの杭が斜面の直交方向に無限に配置されている状態を仮定した。対称性を利用して最小限の領域を解析対象とし，3次元解析を行った。また，杭と地盤の間のすべりを含む接触機構を表現するために，3次元インターフェース要素を杭周面に配置した。杭は弾性体であると仮定した。解析手順として，まず杭の無い斜面の初期応力を求めるために，杭の部分も土であるとして，土の自重を作用させた。次に，杭に相当する土の部分を杭の材料に置き換えた。このとき杭に土の応力が残るため，これが杭の初期応力になる。この初期応力の大きさは，斜面破壊直前での杭に生じる応力に比べると無視できる程度に小さい。この後せん断強度低減FEMを適用して，杭で補強された斜面を破壊に至らせ，全体安全率を求めた。

杭の設計では，杭の安全性を確保するために，杭外周面に生じる最大応力度は許容応力度より小さくなければならない[9]。FEM解析では，杭外周面の応力が直接求められないので，要素内部のガウス点の応力を用いて杭の曲げモーメントおよびせん断力を算定し，これらの結果から杭外周面の応力を求める。以下にその概略手順を説明する。

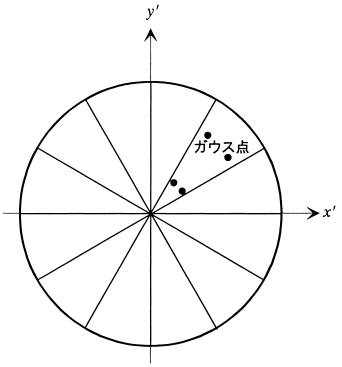
ある深さでの杭断面とガウス点を図－5に示す。この断面に作用する曲げモーメントは，式(1)に示すようにガウス点の軸方向応力（この例ではz方向）とアーム長の積のガウス積分により求めることができる。

$$M = \sum_{element} \sum_{j=1}^{NG} w_j \sigma_{zj} x'_j \det \mathbf{J}_j \quad \cdots\cdots(1)$$

ここで，w_j，σ_{zj}，x'_j，$\det\mathbf{J}_j$はそれぞれガウス点jの重み，z方向の応力，中心軸からの距離，ヤコビアン・マトリックスの行列式である。NGは曲げモーメントを計算する断面内にある1つの要素におけるガウス点の数で



図－4　杭で補強された斜面のモデル



図－5　杭工の断面図

あり，要素のガウス点の数と違うので注意されたい。

$\sum_{element}$ は曲げモーメントを計算する断面内にある各要素の曲げモーメントを合計することを意味する。

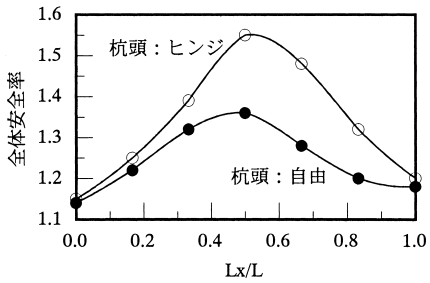
せん断力は次の式で表される。

$$S = \sum_{element} \sum_{j=1}^{NG} w_j \tau_{xzj} \det \mathbf{J}_j \quad \cdots\cdots (2)$$

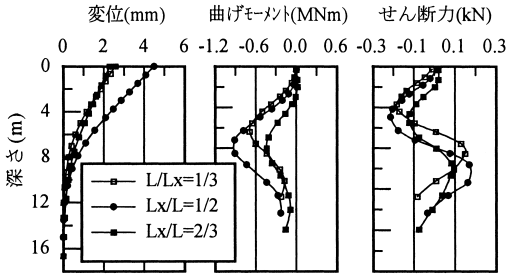
深さ方向の各断面における曲げモーメントやせん断力をそれぞれフィッティングし，最大値を求めることができる。このようにして求めた最大曲げモーメントやせん断力を用いて，従来法と同じように杭の安全性を判定できる。

図－4に示す杭工で補強された斜面において，全体安全率と杭工の位置との関係を図－6に示す。図－6で自由とヒンジは，それぞれ杭頭が自由に変位し回転ができるケースと，変位がゼロかつ回転が自由のケースを指す。杭頭の変位を拘束したヒンジの場合のほうが斜面の補強効果は明らかに大きいことがわかる。また，杭の設置位置が斜面の中間であるとき，杭頭の拘束条件に関係なく補強効果は最も大きいことが明らかである。

杭頭自由のケースについて，斜面崩壊直前での杭の水平変位，曲げモーメント，せん断力は，杭が斜面の中間位置にある時が最も大きいことが図－7に示されている。このようにFEMを用いることにより効果的な打設位置を検討することができる。また，曲げモーメントは弓型分布となっている。曲げモーメントの弓型分布は現場計測によっても多数の事例が報告されている[10]。



図－6　全体安全率と杭工の位置との関係

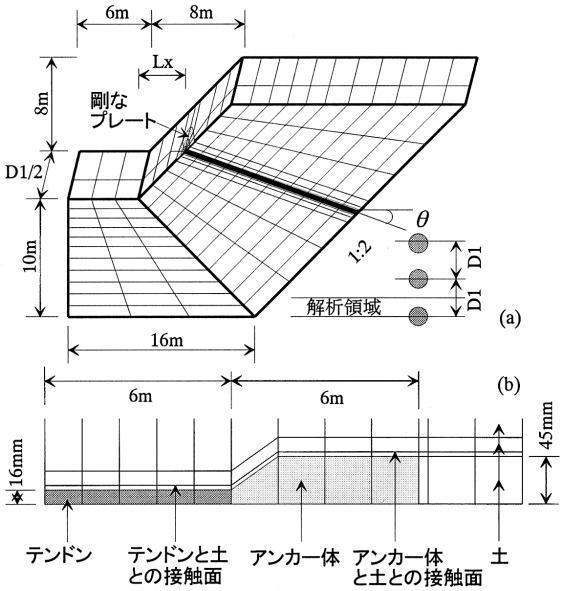


図－7　杭工の挙動（杭頭が自由）

2.4.4　FEMによるアンカー工の効果判定

FEM解析において，アンカー工をモデル化する方法は主に3つある。(1) 1つの集中力として，斜面や地すべり表面を押さえる[11]，(2) 1つのバー要素[11,12]，ばね要素[13]，もしくは梁要素[14]を用いてモデル化する，(3)ソリッド要素により，アンカー工をありのままにモデル化する[11]といった方法である。方法 (1) は最も簡便であるが，アンカー工の頭部変位量と荷重との関係を適切に考慮できない。すなわちアンカー体と地盤との間に生ずる応力やアンカー体周辺の地盤に生ずる応力などを求めることができない。方法 (2) は方法 (3) より簡便にアンカー工をモデル化できる。ただし，これらのモデルはその厳密性に違いがあるものの，図－8に示す単純斜面において，全体安全率はいずれのモデルでもほぼ同じである[11]。

以下にアンカー工をソリッド要素によりモデル化する一つの解析例を示す。解析モデルを図－8に示す。高さ8m，勾配1：1の均質斜面を想定した。アンカー工は1段で，アンカー傾角θ，奥行き方向の間隔D1＝1.5m，斜面先からアンカー頭部中心までの水平距離Lx＝4mとして設置されている。図－8に示す3次元解析領域と



図－8　アンカー工で補強された単純斜面のモデル（a）全景，（b）アンカー工に沿った断面

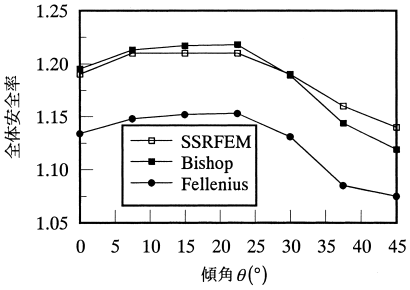
そのメッシュを用いて弾塑性FEM解析を行った。アンカー長は12mで，それぞれ６m長のテンドンとアンカー体から構成される。テンドンは鋼製で外径は32mmとし，土との接触面は滑らかとした。アンカー体の外径は90mmとし，鉄筋コンクリートと同じ材料定数を仮定した。アンカー体及びテンドンと土との接触面をモデル化するために，３次元インターフェース要素を導入した。アンカー体と土との接触面のせん断強度定数は土と同じであると仮定した。アンカー頭部には，直径30cmの剛なプレートを想定した。

無補強斜面の全体安全率は，弾塑性FEMで1.09，フェレニウス法（簡便分割法）で1.04であり，両者は近い値になった。なお，簡易ビショップ法による全体安全率は1.08になり，弾塑性FEMとほぼ同じ値になった。

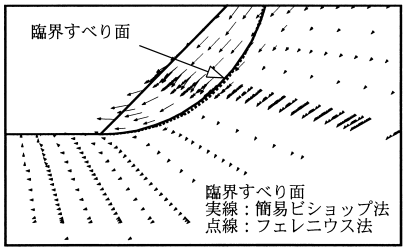
弾塑性FEM解析では，アンカーの打設や初期緊張力の導入をできるだけ忠実に再現するために，まず図－８に示す斜面内のすべての部分を土と同じ定数にして，土の自重を作用させた。次に，アンカー体，テンドン，アンカー体と土との接触面，テンドンと土との接触面に相当する土の部分の定数をそれぞれの材料定数に置き換えた。このとき応力状態は変化させないため，アンカー体の周りには土の自重による土圧が作用し，テンドンとアンカー体内には土の自重による応力が残る。これらの大きさは斜面破壊直前での両者の内部に生じる応力に比べると無視できる程度である。次にテンドンに初期緊張力に相当する引張り力を与える。これにより，アンカープレートには土への押し込み力，アンカー体には引っ張り力が生じる。剛なアンカープレートの挙動をシミュレートするために，プレートの位置に対応するすべての節点に対して，節点力の総和が初期緊張力になるまで同一の変位をアンカー軸方向に強制的に与えた。この後せん断強度低減法を適用して，アンカー工で補強された斜面を破壊に至らせ，全体安全率を求めた。

３次元弾塑性FEMにより計算される斜面破壊時のアンカー力を単位奥行き方向に平均化して，２次元簡易ビショップ法およびフェレニウス法により，アンカー工で補強された斜面の全体安全率を計算した。

図－９にアンカー傾角θと全体安全率との関係を示す。弾塑性FEM解析では，初期緊張力はゼロとした。図－９より，弾塑性FEMと簡易ビショップ法は，ほぼ同じ値を示すが，フェレニウス法は小さめの値である。しかし，いずれの方法も曲線の傾向は同じである。図－10はアンカー傾角が15°であるときの斜面破壊直前の変位ベクトル図である。図中には，フェレニウス法および簡易ビショップ法で求めたすべり面も示した。変位ベクトルが大きな領域の境界にすべり面は位置しており，３つの方法はほぼ同様なすべり面を与えている。



図－９　全体安全率とアンカー傾角との関係



図－10　アンカー傾角が15°であるときの斜面破壊直前の変位ベクトル図

参考文献

１）田中忠次・鵜飼恵三・河邑眞・阪上最一・大津宏康（1996）：地盤の三次元弾塑性有限要素解析，丸善.

２）若井明彦・蔡　飛（2003）：地すべり解析における有限要素法の利用　第４回（せん断強度低減法（SSRM）による全体安全率の計算），日本地すべり学会誌，Vol.40, No.3, pp.76－80.

３）鵜飼恵三・蔡　飛・若井明彦・阪上最一（1998）：集水ボーリングの効果に関する定量的評価手法の提案，地すべり，Vol. 35, No.3，pp.1－7.

４）西田憲司・山上拓男・蒋景彩（2000）：三次元有限要素解析に基づく排水ボーリング効果の定量的評価法，地すべり，Vol. 37, No.3，pp.1－9.

５）Azam, S. M.・蔡　飛・鵜飼恵三・若井明彦（2003）：Finite element analyses of horizontal drains and its homogenization model, 第42回日本地すべり学会研究発表会講演集，pp. 303－306.

６）牧野孝久・倉岡千郎・鵜飼恵三・若井明彦・蔡　飛・角田信吉（2003）：生須地すべりにおける集水井工の３次元有限要素浸透流解析，第42回日本地すべり学会研究発表会講演集，pp.135－138.

７）木下慎逸・田中比月・酒井哲哉・吉松弘行（2001）：地すべりにおける深礎杭の３次元解析事例，地すべり，Vol.38，No.3，pp.108－115.

８）石井靖雄・小山内信智・仲野公章・倉岡千郎・太田敬一（2003）：地盤の変形係数等が地すべり抑止杭工の変形特性に及ぼす影響の検討，第42回日本地すべり学会研究発表会講演集，pp.309－312.

９）日本地すべり学会（2003）：地すべり鋼管杭設計要領（新版），地すべり対策技術協会.

10）福本安正（1976）：地スベリ防止グイの挙動について，土質工学論文報告集，Vol.16，No.2，pp.91－103.

11）蔡　飛・鵜飼恵三：アンカー工による斜面の補強効果－極限平衡法と弾塑性FEMとの比較，日本地すべり学会誌，Vol.40，No.4，pp.8－14.

12）藤田壽雄（1990）：有限要素法による地すべりの安定解析と対策工の設計，地すべり，Vol.27，No.1，pp.19－26.

13）中村浩之・星野和彦・奥田公也（1992）：アンカー工における最適な初期定着力の設定，地すべり，Vol. 29，No. 1，pp. 16－23.

14）吉松弘行・中山守人（1993）：離散化モデル解析によるアンカー工抑止効果，地すべり，Vol.30，No.1，pp.36－44.

（原稿受付2003年８月12日，原稿受理2003年12月15日）

地すべり解析における有限要素法の利用 第７回 Finite element method for landslide analysis No.7

２．FEMによる地すべり解析の基礎理論
Fundamental theories of FEM for landslide analysis

若井明彦／群馬大学工学部
Akihiko WAKAI／Faculty of Engineering, Gunma University

キーワード：有限要素法，地すべり，弾塑性，地震時応答，動的
Key words：finite element method, landslide, elasto-plastic, seismic response, dynamic

2.5　地震時安定問題

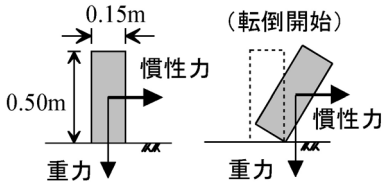
2.5.1　斜面の全体安全率

一般の地すべりないし急傾斜地での土砂災害の多くは，降雨などによる間隙水圧上昇が主な誘因である。しかし中腹に崩積土を抱え，あるいは構造的に不安定な素因を有する斜面では，地震によりその一部または全部が崩壊して付近に大きな被害をもたらす場合がある。また，豪雨により地盤が緩んでいる時期に大地震が襲ったり，逆に地震による被害を受けた斜面に大量の雨が降ったりすると，複合的な不安定効果により，土砂災害が局地的に同時多発することもある。

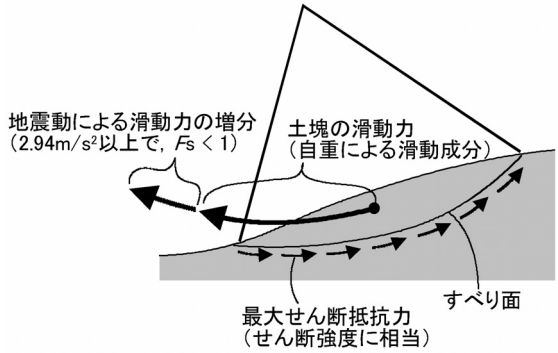
ここでは従来の極限平衡法における地震動の取扱い方（震度法）について簡単に触れた後，FEMに基づく地震時問題の解析法（動的弾塑性FEM）について基本的な考え方を紹介する。

2.5.2　本当に墓石が転倒するか

ここで斜面の耐震性について，墓石の転倒問題（若井・鵜飼2003）を例に考えてみよう。斜面に関わらず，構造物の耐震設計は，これまで震度法を中心に発展してきた。地震時に墓石が転倒するメカニズムを簡単に記したのが図－１である。地震動による慣性力（加速度）が墓石に作用（通常は水平成分が大きいので，本図では水平方向にのみ慣性力が作用すると仮定）し，それが墓石の転倒をもたらすような限界の大きさ（モーメント）に達すると，墓石は転倒運動を開始する。図－１の墓石の場合，この限界の加速度は0.15÷0.50×重力加速度（≈9.8m/s^2）＝2.94m/s^{2}となる。これを斜面安定問題に置き換えて考えると，図－２のように，2.94m/s^{2}より大きな水平加速度（地震動）が作用すると斜面は安定を保てない（すなわち安全率F_s＜1）と判断される。このような考



図－１　墓石の転倒の例（若井・鵜飼2003を引用）

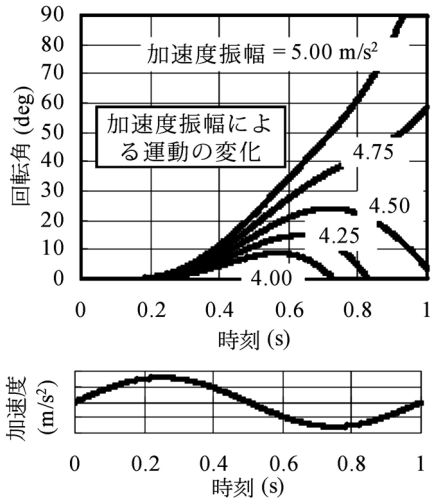


図－２　地震慣性力を考慮した円弧すべり計算のイメージ図
（限界加速度が図－１の墓石と同一である場合）

え方を一般に震度法と言い，重力（重力加速度）に対する地震慣性力（加速度）の比のことを一般に震度係数と呼ぶ。震度係数は地震の地域発生確率や構造物の重要度などに基づき補正された値を用いるのが普通である。

震度法は初学者が地震時の構造物の倒壊現象を理解するのには好都合であるが，ごく短時間しか作用しない地震動を単なる静的な慣性力に置き換えて安定性を議論するのは，いかにも現実から乖離した手法である（東畑1998）。なぜなら墓石が転倒を開始したとしても，本当に転倒するかどうかは，加速度の大きさとその作用時間に依存するからである。図－３は種々の加速度振幅を有する周期1.0秒の正弦地震波（水平成分）一波が図－１の墓石に入射した場合の墓石の転倒角度の時刻歴を表したものである。このケースでは，加速度振幅4.6m/s^{2}付近が，墓石が転倒するか否かの境目となっている。つまり実際の斜面の地震時被害に関しても，被害の程度を左右するのは地震波の最大振幅ではなく，時々刻々と変化する振幅とそれらの作用する時間長（スペクトル特性）であると言える。

墓石の転倒現象を時刻歴的に再現することにはもう一つの意義がある。それは被害状況の定量化である。極限平衡法に基づく予測で得られる情報が「崩壊する」「崩壊しない」の二値問題化される一方で，実際の損害（人命を含む）額すなわち復旧に要するコストを予め把握して



図－3　種々の振幅の地震波が作用した場合の墓石の転倒状況の相違（周期1.0秒の水平正弦波の場合）
（若井・鵜飼2003を引用）

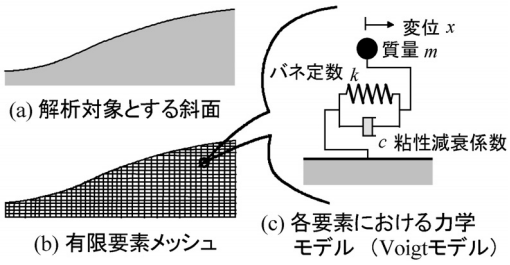
おきたいというニーズは昔から絶えない。道路盛土や河川堤防などの土木構造物では，すでに地震後の残留変形量(予測値)に基づく耐震設計法を整備する気運が高まっているが，これは上述のように従来型の震度法による手法では，レベル２地震動を想定した設計への適用が困難であると判断されたためである。

墓石が転倒し始める瞬間から先の現象，すなわち斜面が破壊を生じてからある有限な残留変形を生ずる過程を予測するためには，斜面の動的かつ非線形な挙動を時刻歴的に追跡する必要がある。動的弾塑性FEMは，既存の他の解析手法に比べ，このような現象の予測が比較的得意である。

2.5.3　動的弾塑性FEMの考え方

前回までの講座で紹介してきたように，物体の運動に基因する慣性力を無視した解析を一般に「静的解析」と言うのに対して，今回紹介するような解析手法を総称して「動的解析」と呼ぶ。講座2.1節および2.2節で導いた考え方をもう一度思い起こそう。これらの節では弾塑性すなわち土の変形・強度特性の表現に力点が置かれた。このようなモデルを簡略化して考えると，数学的には斜面全体を“バネの集合体”で離散的に表現したことに一致する。これまでの講座で述べたように，この場合のバネ定数（剛性ともいう）に相当する値はマトリクス形式（剛性マトリクス）で表される。線形弾性体ではバネ定数の値は一定値であるが，弾塑性体ではこれが応力などの関数となり，載荷中に変化する（非線形バネ）。

一方，動的問題では，運動方程式をもとに振動現象を追跡する。このため，バネの復元力の他に，加速度$\ddot{x}$(変位の時間二階微分）および速度$\dot{x}$（変位の時間一階微分）に関連する外力項を考慮する必要がある。加速度に比例する抵抗力として質量に比例する慣性力が，速度に比例する抵抗力として土の材料特性としての粘性抵抗力（粘性減衰係数，あるいは減衰定数で規定)があげられる(図－４)。各要素に対して同様にモデル化を行い，すべての要素で得られた数式を重ね合わせると，系全体の運動方程式が得られる（ただし増分形式で表示)。



図－４　動的弾塑性FEMによる斜面のモデル化

$$[m]\{\Delta\ddot{x}\}+[c]\{\Delta\dot{x}\}+[k]\{\Delta x\}=\{\Delta f(t)\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$[m]$，$[c]$，$[k]$は各要素のm，c，kを重ね合わせたマトリクス，$\{\ddot{x}\}$，$\{\dot{x}\}$，$\{x\}$は各節点の$\ddot{x}$，$\dot{x}$，xを成分とするベクトルである。土は弾塑性体としてモデル化されるので，$[k]$は応力に依存して変化する。また$\{f(t)\}$は時刻tにおける外力ベクトルであり，地震波（入力加速度）により時々刻々と変化する。

2.5.4　動的増幅と固有周期

以上のような動的解析を行うことにより，震度法などでは適切に考慮することが出来なかった幾つかの重要な性質を考慮することが出来る。その中の最も特徴的なものは系の固有周期ならびに増幅特性の考慮であろう。

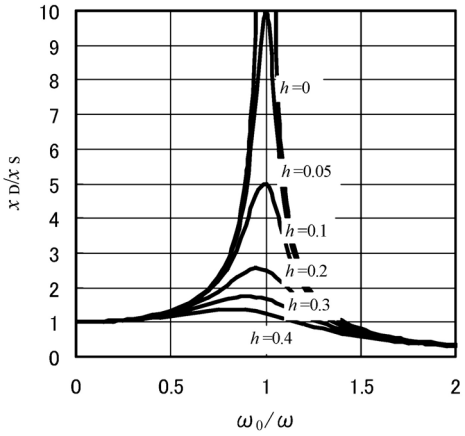
各要素のモデル化に際し，図－４(c)で紹介したモデルに着目してこの点を解説する。ここで対象とする系が図－４(c)のバネ－ダッシュポット系唯一つで構成されている，すなわち一自由度系であると仮定する。$\omega=\sqrt{k/m}$なる固有角振動数ω（この時の周期が固有周期）と$h=c/(2\sqrt{mk})$なる減衰率hに着目して，この系の動的応答特性を調べてみよう。ある加速度振幅の正弦波形を基盤入力した場合の質点の変位振幅（ただし定常振動時）をx_D，この時の最大慣性力と同じ大きさの外力が静的に作用した場合のバネの伸びすなわち静的変位をx_Sとすると，x_D/x_Sは地震動による変位の動的増幅を表す。

入力地震波の振動数をω_0として，応答変位の変化を示したものが図－５である。$\omega=\omega_0$の時に系の応答は極大となる（共振現象)。地震波の周期に応じて構造物被害の態様が大きく変化するのはこのためである。振動周期に関する情報は重要であるため，地震波中に各周期成分がそれぞれどのような割合で含まれているか（スペクトル特性）に着目して地震波形を論じる場合が多い。

2.5.5　動的弾塑性FEMの斜面解析への応用例

地すべりに対する動的弾塑性FEMの適用例は極めて少ない。ここでは軟弱地盤上の盛土の安定性評価に関する応用例（地盤工学会2003）を一つ紹介する。

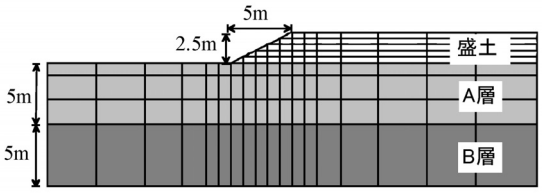
図－６は斜面の有限要素メッシュである。基礎地盤は各５m厚さの二層からなる（物性値は文献（地盤工学会2003)を参照されたい)。地盤改良範囲を図のように種々



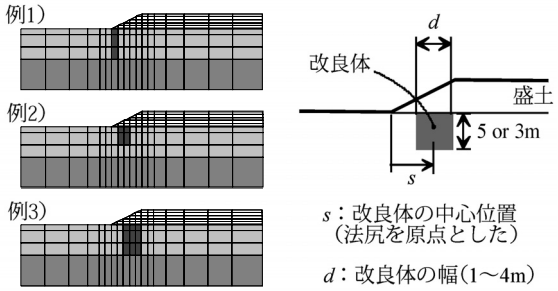
図－5　一自由度系の共振曲線の例

に変えた一連の解析結果を無対策の結果と比較して，地盤改良の効果を評価した。改良体は弾完全塑性体，地盤材料は若井・鵜飼（1999）による繰返し載荷モデルを適用した。入力地震波形とともに無対策ケースの応答変位の時刻歴（解析結果）を図－7に示す。FEMにより地震後の斜面の残留変形量（被害状況）の定量化を行うことが可能である。入力パラメータの決定方法については紙面の都合上省略する。例として，解析対象とした改良ケースのうち3つのケースにおける変形性状(解析結果)を図－8に示す。斜面の変形抑止効果は改良範囲の深さ，幅，位置とそれぞれ密接な関係がある。幅が1mという薄い改良体を法尻に施工した場合，改良部の引張り破壊のため，抑止効果が見られないのは特徴的である。

動的弾塑性FEMでは系の変形から破壊までをこのように連続的に追跡しうるため，従来の震度法に基づく極限平衡法などの簡易計算法に比べて，より現実に即した予測が可能である。急傾斜地での一般の斜面の地震時安定性評価に対しても，同様の手法が適用可能である。

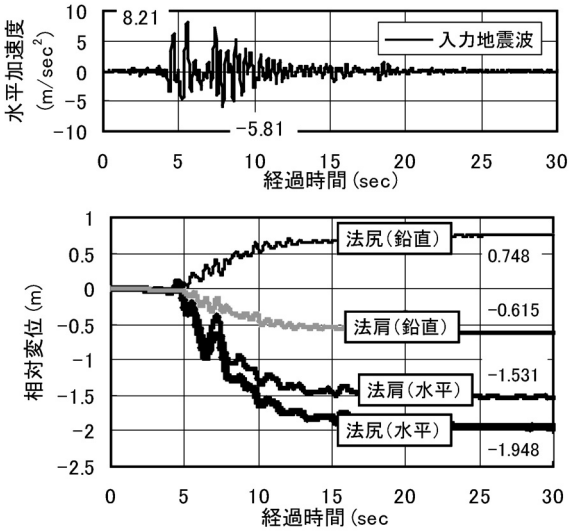


(a) 解析メッシュ（無対策）

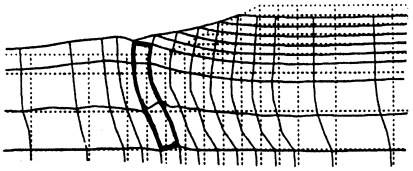


(b) 地盤改良の範囲を変えた一連の解析

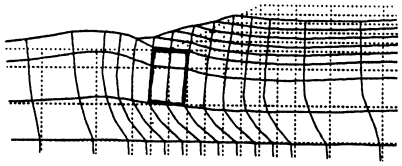
図－6　軟弱地盤上の盛土に対する動的弾塑性FEM解析例
（地盤工学会2003を引用）



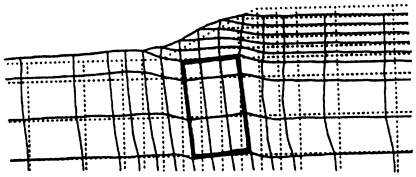
図－7　無対策のケースのFEM解析結果
（地盤工学会2003を引用）



(a) 例1（位置 s =0.5m，幅 d =1m，深さ=5m）



(b) 例2（位置 s =2m，幅 d =2m，深さ=3m）



(c) 例3（位置 s =3.5m，幅 d =3m，深さ=5m）

図－8　改良体近傍の地盤の地震後の残留変形モード
（地盤工学会2003を引用）

参考文献

地盤工学会（2003）：弾塑性有限要素法がわかる，地盤技術者のためのFEMシリーズ第②巻，地盤工学会，pp.249－251.

東畑郁生（1998）：震度法，土と基礎，地盤工学会，Vol.46，No.8，pp.39－40.

若井明彦・鵜飼恵三（1999）：簡易な繰返し載荷モデルに基づく非線形動的応答解析と設計への応用，第44回地盤工学シンポジウム論文集，地盤工学会，pp.337－342.

若井明彦・鵜飼恵三（2003）：地震被害予測のための動的弾塑性有限要素法とその発展，土と基礎，地盤工学会，Vol.51，No.2，pp.13－15.

（原稿受付2003年8月8日，原稿受理2003年8月11日）

地すべり解析における有限要素法の利用 第８回 Finite element method for landslide analysis No.8

２．FEMによる地すべり解析の基礎理論
Fundamental theories of FEM for landslide analysis

山崎孝成／国土防災技術株式会社
Takanari YAMASAKI／Japan Conservation Engineers Co., Ltd.

山田正雄／国土防災技術株式会社
Masao YAMADA／Japan Conservation Engineers Co., Ltd.

キーワード：地すべり，変形係数，ポアソン比，ピーク強度，残留強度
Key words：landslide, modulus of deformation, poisson's ratio, peak strength, residual strength

2.6　地盤パラメータの設定

2.6.1　はじめに

⑴　**本節の目的**

FEM解析においては，①地盤形状の設定，②メッシュ作成，③物性値（地盤パラメータ）の設定，④境界条件（あるいは拘束条件）の設定，⑤解析実行，⑥結果表示という流れが一般的である。

本節では③の物性値（地盤パラメータ）に関して既存文献のレビューを行い，すべり面のせん断強度パラメータについては，最近の研究成果を踏まえた解説を行う。

⑵　**地すべり地における各種物性値の必要性**

沖積層や洪積層および新鮮な岩盤に関する物性値については多くのデータが蓄積され，構造物の設計用に基準化されているものもある。最近地盤工学会から出版された「地盤技術者のためのFEMシリーズ②」[1]では，これらの物性値が解析者に使いやすいかたちでまとめられているので参照されたい。

一方，地すべり地においては，①実用に供されている安定解析が２次元の極限平衡法が主流であるため，FEM解析があまり行われていないこと，②地すべりの移動土塊および地すべり的には基岩とされる不動層が，不淘汰の礫と粘性土の混合層・風化岩・破砕岩で構成されているため，ボーリングコアによる土質・岩石試験に困難が生じること，以上の理由などにより，公表されている物性値のデータは，少ないのが現状である。

しかしながら，潜在的なすべり面が存在する斜面における切土の影響やアンカー工がすべり面下に位置するトンネルに与える影響などは，FEM解析による評価が必要である。したがって，地すべり地においても，各種物性値の原位置および室内試験を実施し，データの蓄積が必要になってくると思われる。

2.6.2　各種地盤パラメータ

⑴　**湿潤単位体積重量（γ_t）**

移動層は一般的に18（kN/m^3）の値が使われているが，地すべり地において採取されたボーリングコアを用いて計測した752個のデータを表－１に示す。

計測したコアは棒状コアを選ばざるを得ないため，実際の値より少し大きめの値になっていると推定される。変成岩・蛇紋岩がかなり大きな値になっているのは，緑色岩と蛇紋岩が全体の約60％を占めているのが影響しているためである。ちなみに結晶片岩のみの平均値は26.4（kN/m^3）である。

表－１　ボーリングコアによる湿潤単位体積重量

地質・土質	平均	標準偏差	信頼区間（95%）	データ数
粘性土・砂質土・ローム・変質安山岩	19.1	0.13	0.25	334
マサ土	16.9	0.61	1.38	10
泥岩・風化泥岩	20.8	0.27	0.54	131
砂岩・礫岩・頁岩・凝灰角礫岩	22.4	0.23	0.46	91
凝灰岩・風化凝灰岩	18.2	0.41	0.84	39
花崗岩類	23.1	0.55	1.12	28
変成岩・蛇紋岩	28.2	0.20	0.41	76
火山岩	23.6	0.49	1.00	43
単位kN/m^3			計	752

近年のコア採取はコアパックを使用しているので，コア長・コア径およびコア箱の重量を計測し，コア箱自体の重量を引けばγ_tを簡単に求めることができる。この方法であれば，例えば空洞があったり木片が採取されていたとしても，最も原位置に近いγ_tが得られるので，現場において採取直後に実施するのが望まれる。

⑵　**変形係数（E）**

１）ボーリングコア試験による変形係数

山田（1989）[2]のデータを地質別に再編集し，SI単位に換算した一軸圧縮強度と変形係数の関係を図－１に示す。得られた相関式を式⑴に示す。

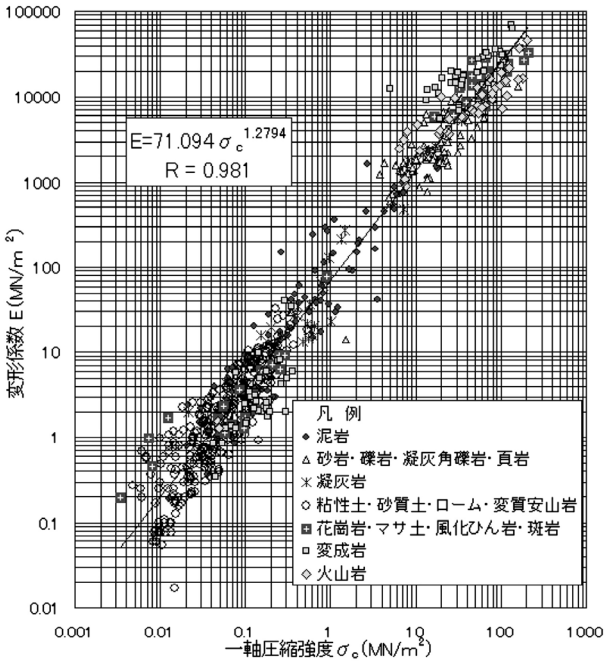
$$E\,(\mathrm{MN/m^2}) = 71.1\sigma_c^{1.28} \quad \cdots\cdots(1)$$

（相関係数R＝0.981）

地すべり地のコアであるため，一軸圧縮強度の小さい（0.3MN/m^{2}以下）ものと大きい（５MN/m^{2}以上）ものは多いが，その中間のデータが少ないという特徴がある。礫混り土や強風化岩・破砕岩は試験に使用できるような棒状コアとして採取されないのが原因である。

相関係数はかなり高いので，孔内水平載荷試験のデー

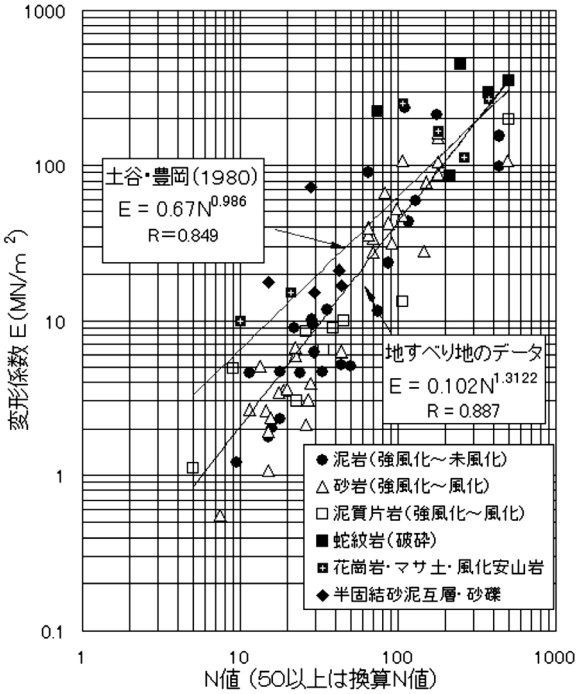
タがない場合の変形係数の推定値として利用可能であるが，条件の良いコアを使用しているので，原位置の変形係数よりは高めの値になる点に留意する必要がある。



図－1　一軸圧縮強度と変形係数の関係

2）孔内水平載荷試験による変形係数

地すべり地で計測された変形係数は極めて少ないが，ボーリング孔で実施された孔内水平載荷試験（LLTとエラストメータ）のE値と同時に実施された標準貫入試験N値との関係を図－2，相関式を式(2)に示す。



図－2　N値と孔内水平載荷試験による変形係数E

$$E\,(\mathrm{MN/m^2}) = 0.102N^{1.312} \quad \cdots\cdots (2)$$

（相関係数$R = 0.887$）

地すべり地以外のデータでは土谷・豊岡（1980）[3]のN値と変形係数Eの関係図があり，図－2に回帰曲線を追加し，相関式を式(3)に示す。

$$E\,(\mathrm{MN/m^2}) = 0.670N^{0.986} \quad \cdots\cdots (3)$$

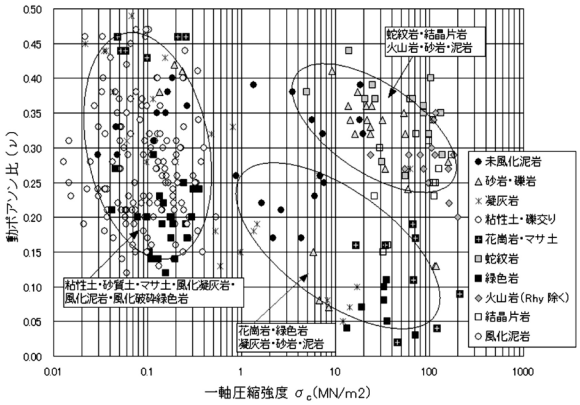
（相関係数$R = 0.849$）

地すべり地のN値から得られる変形係数は，非地すべり地から得られたE値より小さい傾向にある。換算N値200以下で徐々にその傾向が強まるが，地すべり地は土谷・豊岡(1980)[3]が対象にした沖積層・洪積層と比較すれば，土質が不均質であるためと考えられる。移動層の多くが礫混り土で構成されているため，礫の影響を受けて高めのN値が計測され，N値が高い割には小さいE値になると思われる。なお，データの半固結砂泥互層・砂礫は最上部鮮新統～中部更新統の河成～湖成堆積物である。

(3)　ポアソン比(ν)

地すべり地の試料で計測されたポアソン比も極めて少ない。ポアソン比を測定するためには，コアの長軸および円周方向にひずみゲージを添付して行うが，風化岩や礫混り土・粘性土は添付が難しく，しかもコア自体が均質ではないため測定は困難である。

そこで，地すべり地で採取されたコアを用いてP波およびS波振動子による超音波試験を行い，得られたP波とS波から動ポアソン比を求めた結果を図－3に示す。



図－3　一軸圧縮強度とポアソン比の関係

（地すべり地の346個のデータ）

一軸圧縮強度が大きくなると，ポアソン比が小さくなる傾向は認められるが，ポアソン比は含水比によっても変化する（例えば三木(1978)[4]）ので，砂岩，凝灰岩，花崗岩，蛇紋岩および火山岩にやや相関関係が認められるが，そのほかの地質では明瞭な関係は認められない。地質別にみたポアソン比の分布範囲を表－2にまとめて示す。

一般的には地盤の変形解析にポアソン比が大きく影響しないので，参考値としては利用可能である。

表－2　地質区分による動ポアソン比の範囲

地質	一軸圧縮強度 σc MN/m²	動ポアソン比 ν
礫混り粘土，粘性土，砂質土，変質安山岩，ローム	0.01～0.3	0.15～0.47
マサ土	0.05～0.3	0.44～0.46
風化泥岩	0.03～0.4	0.15～0.47
風化凝灰岩	0.02～0.5	0.15～0.45
泥岩・シルト岩	0.04～20	0.17～0.40
砂岩・礫岩	0.1～60	0.10～0.40
凝灰岩	0.6～20	0.05～0.35
風化破砕緑色岩	0.04～0.4	0.15～0.30
火山岩（流紋岩除く）	20～200	0.20～0.35
花崗岩	15～200	0.05～0.20
緑色岩	10～70	0.05～0.10
結晶片岩	25～100	0.15～0.30
蛇紋岩	5～130	0.25～0.40

表－3は申（1989）[5]がHobst and Zajic（1983）[6]の岩石の変形係数，ポアソン比をまとめたものである。この表は岩石の種類，風化度合いに応じてポアソン比を提示しているので，解析者には利用しやすいと思われる。

表－3　岩石の変形係数・ポアソン比（Hobst and Zajic）

岩種区分	地質と風化状態	単純圧縮強度（MN/m²）	変形係数E（MN/m²）とポアソン比 密度小	密度中	密度大
硬岩1	a) 新鮮な火成岩，変成岩 b) 新鮮な堆積岩（厚層）	60以上	5000以上	2000～5000	500～2000
		ν＝0.10			
硬岩2	a) 部分風化火成岩・変成岩 b) 部分風化堆積岩（厚層） c)新鮮な堆積岩（板状）	15以上	2000以上	500～2000	100～500
		ν＝0.15			
硬岩3	a) 風化火成岩・変成岩 b) 風化堆積岩（厚層） c) 部分風化の堆積岩（板状） d) 新鮮な堆積岩（薄層）	10以上	500以上	100～500	500～1000
		ν＝0.20			
硬岩4	a) 風化堆積岩（※板状） b) 部分風化堆積岩（薄層）	10以上	50～100	30～50	
		ν＝0.25			
軟岩1	新鮮な／固結した	2～10	50～100		
		ν＝0.25			
軟岩2	部分風化／中程度に固結	1～2	30～50		
		ν＝0.30			
軟岩3	風化／あまり固結していない	0.3～1	20～30		
		ν＝0.35			

単純圧縮強度：5cm立方の岩石試料についての試験値，水で飽和した試料について試験
※ 変質した火成岩や変成岩は土として取り扱う

（申（1989）[5]の表をMN/m²に修正）

2.6.3　粘着力（c）とせん断抵抗角（ϕ）

(1)　すべり面粘土の残留せん断抵抗角（ϕ_r）

日本の地すべりの多くが再滑動型の地すべりであることは良く知られているところである。その特徴は，最終的にせん断された主変位せん断面であるすべり面が鏡肌を呈し（例えば山崎ほか（2003）[7]），すべり面粘土のせん断強度は残留強度に低下していることである。

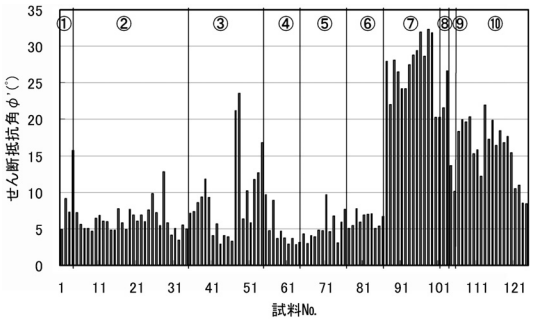
すべり面は数mm（第三系）～数cm（変成岩）の薄層を形成し，その上下には数十cm～数mのせん断帯を伴い（一般的にはすべり面から上部の方がせん断帯が厚い），従属せん断面が多数発達しているのも特徴である。

すべり面粘土の残留強度を求めるためにリングせん断試験が多く用いられているが，山崎ほか（2000）[8]は第三系の泥岩・凝灰岩を源岩とするすべり面粘土以外は，安定解析との整合性が得られないとし，その原因は実際のすべり面粘土を構成している粒度構成とリングせん断試験に使用する調整試料の粒度構成が大きく異なることを指摘している。

矢田部ほか（1991）[9]は，破砕帯地すべりのすべり層の粘性土には砂と礫の含有量が多いことから，残留強度に与える粒度の影響を調べ，砂分の含有率が30%を越えると影響が大きくなり，80%を越えると砂のみの残留強度を示すこと明らかにしている。

また，山崎ほか（2000）[8]はイライトとモンモリロナイトの混合試料に対するリングせん断試験結果から，モンモリロナイトが30%以上含まれるとせん断強度がモンモリロナイトに規制され，残留せん断抵抗角ϕ_r＝4°前後の値を示すことを述べている。

最も理想的にすべり面粘土のせん断強度を求める方法は，すべり面そのものをせん断面とする原位置せん断試験である。真弓ほか（2003）[10]は，すべり面をせん断面に一致させることができる繰り返し一面せん断試験機（すべり面せん断試験機）を開発し，全国の地すべり地から不撹乱採取した124個の試料を用いて，せん断試験を行っている（図－4参照）。



図－4　日本各地のすべり面せん断試験結果
（真弓ほか（2003）[10]①～⑩は表－4の地質No.に対応）

地質毎の残留せん断抵抗角ϕ_rを表－4にまとめて示す。なお，残留強度状態のすべり面粘土の粘着力は，解析上c_r＝0としてよい。

表－4　地質毎のすべり面せん断試験結果一覧表

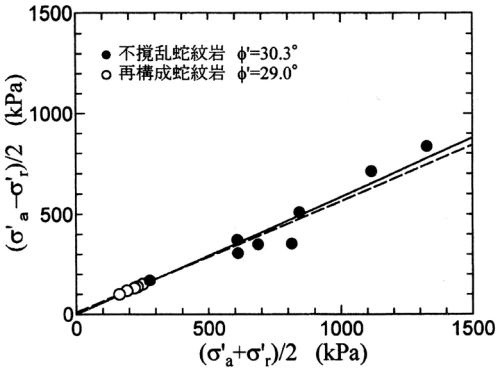
地質	地質No.	残留せん断抵抗角 ϕ_r° mini ～ max	平均
古第三系以前の堆積岩	①	5 ～16	9
新第三系　凝灰岩	②	4 ～13	6
〃　凝灰角礫岩	③	3 ～24	9
〃　凝灰質泥岩・泥岩	④，⑤	3 ～10	5
〃　熱水変質安山岩	⑥	5 ～8	6
三波川　泥質片岩	⑦	20～32	27
〃　塩基性片岩	⑧	22～27	24
長崎変成岩（雲母片岩）	⑨	10～14	12
御荷鉾緑色岩類	⑩	8 ～22	16

(2)　地すべり移動層（蛇紋岩）のせん断抵抗角（ϕ_p'）

三田地ほか[11]は，気泡ボーリングで採取された粘土化した蛇紋岩の不撹乱試料および再構成試料（撹乱試料）を用いて，三軸圧縮試験によるピークせん断抵抗角を求めている（図－5参照）。理想的な不撹乱状態の蛇紋岩に対して行った三軸圧縮試験としては，おそらくこれまでに例のない貴重な試験といえる。

図－5に示すように，ピーク強度は不撹乱試料でϕ'＝30.3°，再構成試料ではϕ'＝29.0°を示し，ほぼ同じ値で

ある（$c' \fallingdotseq 0$ kPa）。更に風化粘土化蛇紋岩の葉片に沿って二分し，試料の表面を磨いて行った繰り返し一面せん断試験では$\phi_r = 6.5°$の値を得ている。



図－5　不撹乱および再構成蛇紋岩の三軸*CU*試験結果
（三田地ほか（2003）[11]）

横田ほか（1995）[12]は蛇紋岩風化粘土の再構成試料を用いて，三軸圧縮試験とリングせん断試験を行い以下のような結論を得ている。

① アンチゴライト（antigorite）とクリソタイル（crysotile）を主成分とする試料によるピーク強度および残留強度は$\phi_p' \fallingdotseq \phi_r = 30°$前後の値

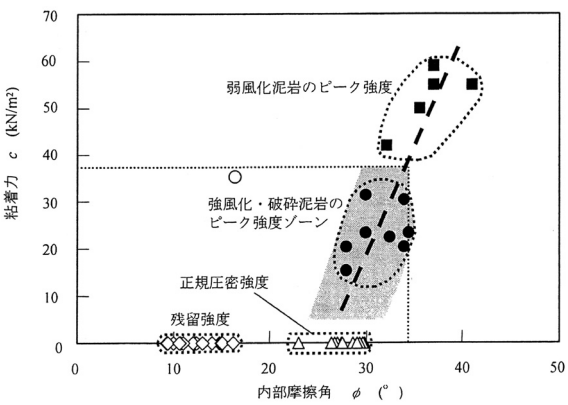
② 滑石（talc）を主成分とする場合はピーク強度及び残留強度はともに小さく，$\phi_p' \fallingdotseq \phi_r = 20°$前後の値

③ モンモリロナイト（montmorillonite）および緑泥石（chlorite）が主成分の場合は，antigoriteとchrysotileを主成分とする試料のϕ_p'，ϕ_rより10°以上小さく，残留強度への低下が大きい

したがって，蛇紋岩分布地帯における移動層のせん断抵抗角は，構成鉱物を分析することにより，ピーク強度値の$\phi_p' = 20 \sim 30°$が解析に使用できると思われる。

⑶　地すべり移動層（泥岩）の（c）とせん断抵抗角（ϕ）

宣保ほか（2003）[13]は島尻層群分布地帯の地すべり地において三重管コアチューブを用いて採取された不撹乱試料について三軸圧縮試験（$\overline{CU}$）を行い，ピーク強度を求め，既往データと併せて図－6にまとめている。



図－6　島尻層群泥岩の強度（宣保ほか（2003）[13]）

図の点線で示した切片の$c = 37.5$kN/m^2，$\phi = 35.0°$は経験的な限界破壊強度とみなし，正規圧密強度付近にまでおよぶ網掛け部分が強風化・破砕泥岩の強度ゾーン，崩積土は正規圧密強度ゾーン（$c_{sf} = 0$，$\phi_{sf} = 23 \sim 30°$）に位置づけられるとしている。したがって，この図は泥岩分布地帯の移動層における粘着力とせん断抵抗角を決定するにあたって有効である。

⑷　地すべり移動層（その他の地質）のc，ϕ

泥岩・蛇紋岩以外の地すべり移動層および相当層から不撹乱で採取された試料による試験事例は少ない。砂質土や粘性土に関しては，N値から推定可能であるが，その他の地質を源岩とする移動層や崩積土に関しては，泥岩や蛇紋岩の例を参考に推定せざるを得ない。

2.6.4　おわりに

以上地すべり地の各種物性値を概説したが，すべり面粘土のせん断強度以外は，解析に使用できるデータが少ない。したがって，気泡ボーリング等を用いた不撹乱試料の採取と三軸圧縮試験の実施，孔内水平載荷試験による変形係数については，試験を数多く実施してデータを蓄積することが必要である。また，地すべり調査報告書に埋もれていると思われるこれらの貴重なデータを，地すべり学会として掘り起こしを行い，公表することも望まれる。

参考文献

1）若井明彦他（2003）：地盤技術者のためのFEMシリーズ②－弾塑性有限要素法がわかる－，地盤工学会，pp. 190－195.
2）山田正雄（1989）：地すべり地における土質・岩石試験結果について，地すべり，Vol. 26，No. 2，pp. 17－23.
3）土谷　尚・豊岡義則（1980）：SPTのN値とプレシオメータの測定値（Pf,Ep）の関係について，サウンディングシンポジウム，土質工学会，pp. 101－108.
4）三木幸蔵（1978）：わかりやすい岩石と岩盤の知識，鹿島出版会，pp. 150－151.
5）申　潤植（1989）：地すべり工学－理論と実践－，山海堂，pp. 53－69.
6）L. Hobst and J. Zajic（1983）: Anchoring in Rock and soil, Development in Geotechnical Engineering Vol. 33, Elsevier Scientific Pub. Co,.
7）山崎孝成・岩淵清任・須藤　充（2003）：膨潤性凝灰岩に形成されたすべり面，地すべり，Vol. 39，No. 4，pp. 48－49.
8）山崎孝成・真弓孝之・由田恵美（2000）：高純度粘土鉱物のリングせん断特性－すべり面粘土との対比－，地すべり，Vol. 37，No. 2，pp. 30－39.
9）矢田部龍一・八木則男・榎　明潔（1991）：破砕帯地すべり地の粘性土のリングせん断特性，土木学会論文集，No. 436/Ⅲ－16，pp. 93－101.
10）真弓孝之・柴崎達也・山崎孝成（2003）：すべり面せん断試験によるすべり面のせん断強度評価，地すべり，Vol. 40，No. 4，pp. 15－24.
11）三田地利之・藤澤久子・和智真太郎・大河原正文・工藤　豊（2003）：神居古潭帯に分布する蛇紋岩の不撹乱状態および再構成粘土試料の力学特性，地すべり，Vol. 40，No. 4，pp. 35－43.
12）横田公忠・矢田部龍一・八木則男（1995）：蛇紋岩風化粘土の強度特性，土木学会論文集，No. 529/Ⅲ－33，pp. 155－163.
13）宣保清一・中村真也・比嘉　優・吉沢光三（2003）：安定解析に必要な強風化・破砕泥岩の強度，農業土木学会論文集，No. 227，pp. 113－118.

（原稿受付2004年３月４日，原稿受理2004年３月11日）

地すべり解析における有限要素法の利用 第９回 Finite element method for landslide analysis No.9

２．FEMによる地すべり解析の基礎理論
Fundamental theories of FEM for landslide analysis

西村伸一／岡山大学大学院自然科学研究科
Shin-ichi NISHIMURA／Graduate School of Natural Science and Technology, Okayama University

藤井弘章／環境地盤防災工学研究所
Hiroaki FUJII／Geoenvironmental and Disaster Prevention Institute

堀　俊男／㈱ウエスコ
Toshio HORI／WESCO, Co., Ltd.

キーワード：弾粘塑性モデル，超過応力モデル，変位予測
Key words：elasto-viscoplastic model, over stress model, deformation prediction

2.7　クリープ現象の数理モデル

2.7.1　はじめに

地すべり挙動は，通常，時間と共に進行し，粘性的であると考えることができる。通常は，一定の応力下で変形が生じるため，クリープ現象と解釈することも可能である。この挙動を予測しようとする場合，時間項を導入したモデル化が必要となる。有限要素法等の連続体力学を基本とした数値解析法を用いて地すべり挙動の予測をしようとした場合，粘性項を導入した構成式を用いるのが便利である。ここでは，弾粘塑性構成則を用いる場合について考察を行っている。弾粘塑性モデルの数学的な枠組みとしては，超過応力モデルと流動曲面モデル等（例えば１））を挙げることができる。これらのモデルの特性の相違などは，専門書に譲ることとし，ここでは，一方の超過応力モデルを用いた解析例を示す。

弾粘塑性モデルを適用しようとする場合，地盤の弾性定数，強度定数，流動性パラメータ（材料の粘性特性を支配する）を決定する必要がある。室内材料試験からすべてのパラメータを決定できれば便利であるが，難しいと考えられる。一方，地すべり現場では，一般に変位計測がなされている。ここでは，室内試験結果と現場計測結果を用いる折衷案を採用する。即ち，弾性定数，強度定数は実験結果から決定するが，流動性パラメータは現場実測値が計算値に一致するように決定することとする。

有限要素法を用いた解析の利点は，複雑な材料物性と境界条件を取り扱えることと，その変化を解析に容易に取り込めることである。ここでは，排土工と地下水排除工の効果を解析に取り入れることを試みている。具体的には，排土工に対しては境界条件を変化させ，地下水排除工に対しては強度特性を変化させることによってその効果が考慮されることになる。

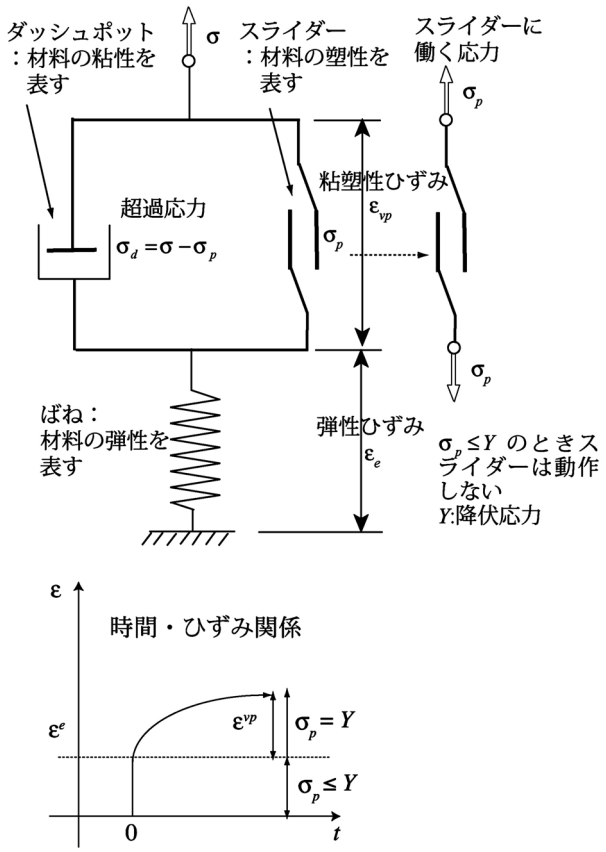
2.7.2　弾粘塑性モデル[2)]

ここでは，弾粘塑性モデルについて簡単に解説する。

弾粘塑性理論においては，ひずみ速度$\dot{\varepsilon}$は，弾性ひずみ速度$\dot{\varepsilon}^{e}$および粘塑性歪み速度$\dot{\varepsilon}^{vp}$の和として次式で与えられる。

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^{e} + \dot{\varepsilon}^{vp} \quad \cdots\cdots (1)$$

このモデルは一次元的に表現すると，模式的に図－１の様に表される。これによると，応力が降伏応力を越えたとき，粘塑性ひずみが超過応力によって生じることになる。多次元の問題概念を拡張すると，応力テンソルの時間微分$\dot{\sigma}_{ij}$，（i，j＝1，2，3）が次式で与えられる。



図－１　一次元弾粘塑性モデル[5)]

$$\dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl}\dot{\varepsilon}_{kl} \quad \cdots\cdots(2)$$

ここで，D_{ijkl}は，弾性応力・ひずみテンソルである。

また，超過応力モデルを用いると粘塑性ひずみ速度は，次式で与えられることになる。

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = \gamma\langle\Phi(F)\rangle\frac{\partial Q}{\partial\sigma_{ij}} \quad \cdots\cdots(3)$$

$$\begin{aligned}\langle\Phi(F)\rangle &= 0 \qquad (F<0)\\ \langle\Phi(F)\rangle &= \Phi(F) \quad (F\geq 0)\end{aligned} \quad \cdots\cdots(4)$$

γ：流動性パラメータ
$\Phi(F)$：流れ関数
F：降伏関数
Q：塑性ポテンシャル関数

ここで，降伏関数としては，土の破壊基準として通常用いられるモール・クーロンの破壊基準を用いることとする。その場合，関数Fは次の式で与えられる。

$$F = \sin\phi'\cdot\sigma_m - \left(\cos\theta - \frac{1}{\sqrt{3}}\sin\phi'\sin\theta\right)\sqrt{J_2} + c'\cos\phi' \quad \cdots\cdots(5)$$

ϕ'：有効応力に基づく内部摩擦角
c'：有効応力に基づく粘着力

$$\sigma_{ij}' = \sigma_{ij} - \delta_{ij}u \quad \cdots\cdots(6)$$

σ_{ij}'：有効応力　σ_{ij}：全応力　u：間隙水圧

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{ij}'}{3} \qquad s_{ij} = \sigma_{ij}' - \delta_{ij}\sigma_m$$

$$J_2 = \frac{1}{2}s_{ij}s_{ij} \qquad J_3 = \frac{1}{3}s_{ij}s_{jk}s_{ki}$$

$$-\frac{\pi}{6} \leq \theta = \frac{1}{3}\sin^{-1}\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{J_3}{J_2^{\frac{3}{2}}}\right) \leq \frac{\pi}{6} \quad \cdots\cdots(7)$$

本論文中では，塑性ポテンシャル関数として，$Q = F$という最も簡便な仮定（関連流れ則）を設けている。ただし，関連流れ則を用いた場合，ダイレイタンシーにより過大な体積膨張を生じる場合がある。この様な場合は，非関連流れ則を用いるべきである。例えば，塑性ポテンシャル関数として，降伏関数と同型の次式を用いることができる[3]。

$$Q = \sin\psi\cdot\sigma_m - \left(\cos\theta - \frac{1}{\sqrt{3}}\sin\psi\sin\theta\right)\sqrt{J_2} + k \quad \cdots\cdots(8)$$

ψ：ダイレイタンシー角（一般に，$\psi<\phi$）　k：定数

流れ関数として，例えば次の形が与えられる。

$$\Phi(F) = (F/F_0)^n \quad \cdots\cdots(9)$$

F_0，n：流れ関数の形状を決めるパラメータ。

上式によると，応力状態が破壊基準値を大きく上回るほど，塑性ひずみ速度が大きくなることになる。これは，一般的なクリープ破壊（例えば，Sekiguchi，1984）[4]の性質と整合している。ただし，本研究では，現場実測値から変位速度に関するパラメータを同定することにしている。この場合，パラメータ数が少ない方が有利である。そこで，ここでは，次式を仮定することとする。

$$\Phi(F) = 1 \quad \cdots\cdots(10)$$

この仮定は，終局的な破壊を予測しようとした場合は，実測値に適合しにくいと考えられるが，近い将来の地すべり挙動を予測しようとした場合は十分に有効である。このことは，後の章の例で示される。明らかに，破壊に近づいて行く兆候が見られたときは，式(9)を用いることも可能である。

実際に支配方程式を有限要素法によって空間的および時間的に離散化しようとした場合，様々な方法が考えられる。例えば，Owen and Hinton[5]によって，離散化手法とプログラミング例が示されている。

2.7.3　解析パラメータの決定法

流動性パラメータγは地すべりの変位速度を決定づけるパラメータである。実験的にこれを同定するのは難しいと考えられる。本報告では，現場実測値から流動性パラメータを同定し，将来の予測を行うことを提案している。具体的には，計算変位と計測変位の誤差Jが最小になるように試行錯誤によって決定する。

$$J = \sum_{i=1}^{NT}\sum_{j=1}^{NP}\left\|U_i^j - \overline{U}_i^j\right\|^2 \quad \cdots\cdots(11)$$

NT：同定に用いる時間ステップ数
NP：同定に用いる変位観測点数
U_i^j，$\overline{U}_i^j$：時間ステップj，節点iにおける解析および観測変位ベクトル

弾粘塑性解析を実施するにあたり，弾性定数である，ヤング率Eおよびポアソン比νや，強度定数である有効内部摩擦角ϕ'および有効粘着力c'が必要であるが，これに関しては，CD一面せん断もしくは三軸圧縮試験，もしくは$\overline{\mathrm{CU}}$三軸圧縮試験等の室内土質試験から決定することとする。

2.7.4　地すべり対策工の有限要素モデルへの反映のさせ方

地すべり対策工としては，アンカー工，深礎杭工，排土工，地下水排除工など様々な方法が考えられる。ここでは，後者の２つを取り上げる。弾粘塑性解析を実施することにより，対策工施工後に地すべり挙動がどの程度抑制されるかを予測することができる。

(1)　排土工

排土工は，実際に有限要素をモデルから取り除くことによって表現する。解析上の考慮の仕方を図－２に示す。上図の破線部分から上部が排土される場合を想定する。地盤は，初期応力を有しているので，掘削を行った場合，斜面形状の変化と共に応力状態の釣合を考慮する必要がある。例えば，掘削面上の点Aにおける応力を考える。掘削前には，掘削土塊の重力Wによって初期応力$\sigma = \sigma_0$

が生じているが，掘削された後は，$\sigma=0$となる。解析上は，掘削面にすべての掘削面上の応力を0とするような表面力を載荷する必要がある。

地盤解析では，弾塑性や弾粘塑性モデルを用いる場合，掘削に関わらず初期応力が必要である。すなわち，これらの解析を行う場合は前もって初期応力を決定しておく必要がある。本研究の事例では，自重を載荷した線形弾性解析によってこれを求めている。本来，実測されるべきものであるが，現実的には難しい課題である。

⑵　地下水排除工

ここで用いている解析法は，基本的に全応力解析である。簡便に滑り土塊によるせん断力を計算するには，この方法が便利である。ただし，強度定数としては，有効応力に基づく，粘着力と内部摩擦角を導入しており，解析では2つの考え方が混在することになっている。ここでは，この2つの考え方を擦り付けるために，すべり面に関連する有限要素には，別途，間隙水圧を付加的な情報として入力するものとしている。すなわち，式⑸に関連する地盤の強度の評価に際しては有効応力が用いられ，モデル全体の応力解析は，全応力に基づくものとする。

地下水排除工の効果は，式⑹の間隙水圧の減少によって考慮されることになる。間隙水圧の計算は，別途，飽和－不飽和浸透流解析によって求めておくことが可能である。また，水位観測による実測値が存在する場合は，解析によらずに，直接，間隙水圧を推定することも可能である。

2.7.5　当モデルの地すべり地への適用事例

⑴　排土工の数値解析事例（A地区地すべりへの適用）

1）現況断面の解析とγの同定

A地区の地すべり[6),7),8)]は，図－3のように長さ210m，幅120m，地すべり層厚40mの規模である。表－1に各地層の材料定数を示す。そして，現況断面の解析値と孔内傾斜計の実測値から流動性パラメータγを同定する。道路施工時期に地すべり末端部の切り土によって初生地すべりが発生したと仮定する。

解析結果から，地すべり冠頭部，中央部，末端部それぞれの傾斜計の実測値に適合するγは$\{0.8\sim1.2\}\times10^{-5}$（$d^{-1}$）の範囲に分布し，地点によって若干のバラツキは認められる。すなわち，図－4　実測値×印で示したように，ほぼ1.0×10^{-5}（d^{-1}）に同定できる。以上の解析結果より，$\gamma=1\times10^{-5}$（d^{-1}）をA地区における流動性パラメーターとして採用する。

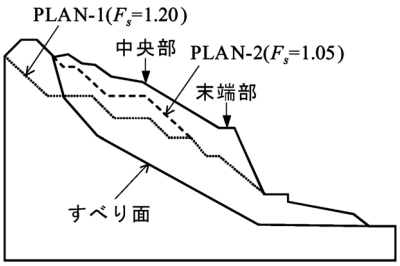
2）排土工計画断面における変位予測

ここでは，極限平衡法による計画安全率F_{sp}により次の2つのケースについて検討した。

・PLAN−1：$F_{sp}=1.20$を満たす排土工

・PLAN−2：$F_{sp}=1.05$（頭部排土量：PLAN−1の約1／2）

図－5に，地すべりの中央部と末端部におけるすべり面付近における解析結果を示す。概述したように，排土部分の要素を取り除き，新たに地表面を構成する要素の構成節点に対してそれまで作用していた方向とは逆の斜



図－3　A地区地すべり断面図（斜面中の実線破線は，PLAN－1，2による掘削面を表す）

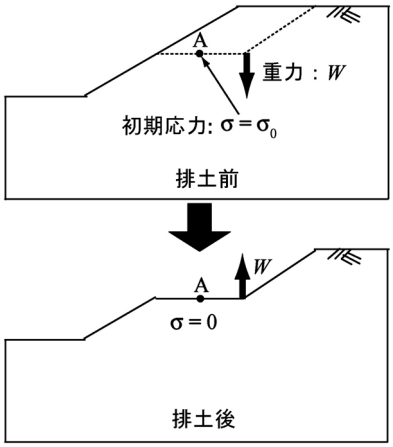
表－1　A地区地すべり材料定数

	ρ_t	E	ν	c'	ϕ'	γ
表　層	19.6	18,000	0.31	10,000*	24.6	1.0×10^{-5}
すべり層	23.1	〃	〃	0	33.4	1.0×10^{-5}
基　盤	22.5	5,000,000	0.25	10,000*	45.0	1.0×10^{-5}

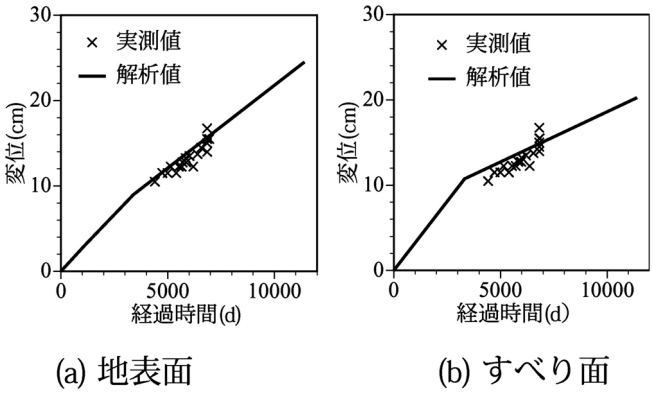
ρ_t：単位体積重量(kN/m³)，E：弾性係数(kPa)，
ν：ポアソン比，　c'：粘着力(kPa)，ϕ'：内部摩擦角(°)，
γ：流動性パラメーター(d^{-1})

*：表層と基盤は破壊しないものと仮定し，便宜的に大きな粘着力を与える

**：流動性パラメータは現場実測値に基づいて同定した値



図－2　掘削の考え方



図－4　A地区地すべり中央部実測値と解析値（$\gamma=1\times10^{-5}d^{-1}$）

面頂部方向に応力をかけている。そのため，排土直後にマイナスの変位が生じている。

排土工事後，地すべり中央部付近では　PLAN-1，2ともに継続した変位が得られるが，末端部においては，特に計画安全率F_{sp}＝1.20を満たすPLAN-1の場合，移動量は大きく減少するものと予測できた。

式(3)を考えると，単一要素の問題では，F_s＞1.0で，移動量が0とならなければならない。実際は，すべり面が通過するすべての要素でF_s＞1が満足されるわけではないので，何らかの変位が生じることになる。また，計画安全率の計算は，通常の円弧すべり解析によるため，すべり面を規定した弾粘塑性解析結果とは，安全率の概念は必ずしも一致しない。

(2)　地下水排除工の解析事例（C地区地すべりへの適用）

1）C地区地すべりの特性

C地区地すべり[9),10),11)]は，図－6に示されるように，長さ600m，幅320m，地すべり層厚60mの規模である。地すべり状況は，伸縮計による移動量の計測によれば1.4mm/d～8.3mm/dで，活発な活動を特徴としていた。その計測期間中に実施された地下水排除工（集水井，水抜きボーリング）の施工により，伸縮計移動量は地すべり頭部で2.50mm/dから0.70mm/dに，中間部で1.10mm/dから0.43mm/dに，末端部で9.10mm/dから5.04mm/dに，それぞれ移動量が減少している。

2）C地区における排水対策工の効果

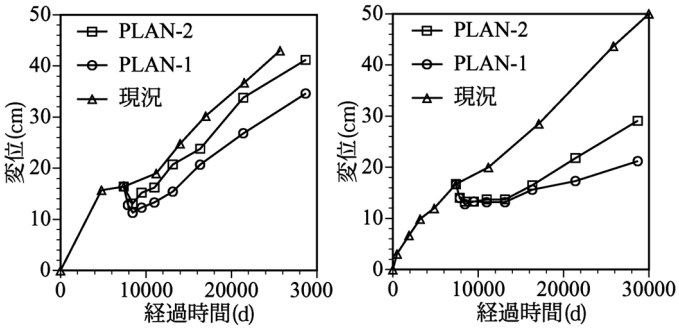
図－7に地すべり冠頭部および中間部における水平方向移動量と時間の関係を示す。現況条件並びに排水対策後の解析値をそれぞれ破線と実線で示し，対策工事前及び工事後の実測値を×印と○印で表している。流動性パラメータは，対策前の実測値から$\gamma=7\times10^{-4}(d^{-1})$と同定されている。また，解析に際しての間隙水圧条件は既往最高水位条件に設定している。

いずれの地点の解析値とも対策後の移動速度が実測値と概ね一致している。このことから，本解析方法によって間隙水圧条件の変化による地すべり挙動の予測を行えることが確認できた。

2.7.6　まとめ

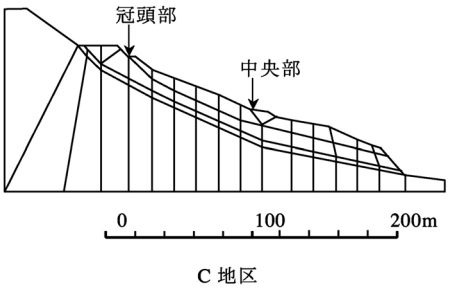
本節では，地すべり挙動をクリープ現象と捉え，弾粘塑性モデルを適用し，有限要素法によって変位予測を行う方法を示した。また，解析法を，排土工や地下水排除工の効果予測に適用し，有効性を示した。

このような解析を行う場合，室内試験から解析に必要なパラメータをすべて決定しようとするのは難しい。そこで，変位速度を規定する流動性パラメータは，実測値から同定することとした。実際，地すべり地では，観測されることが多いので，現実的なパラメータの決定法と

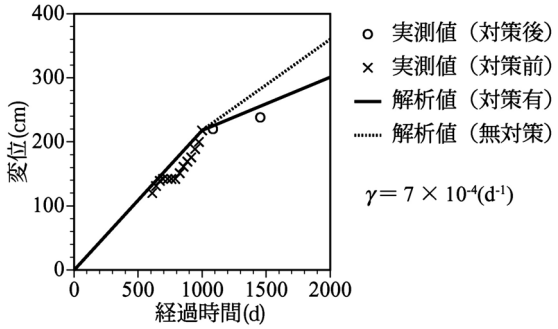


(a) 中央部　　(b) 末端部

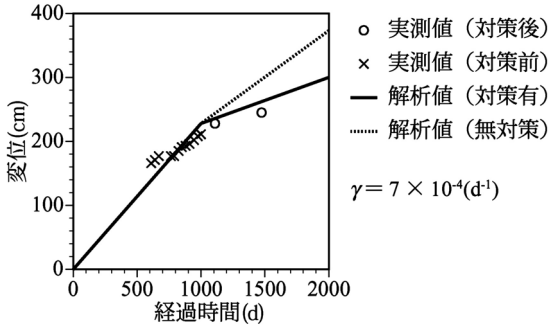
図－5　A地区排土工事後の変位予測（地すべり中央部と末端部）



図－6　C地区地すべり有限要素断面図



(a) 冠頭部



(b) 中間部

図－7　C地区地下水排除工と地すべり挙動予測

表－2　C地区の地すべり特性

地すべり	地すべり層の土質パラメーター			移動状況	
	ρ_t (kN/m³)	c' (kN/m²)	ϕ (°)	計測方法	移動量 (mm/year)*
C地区	20.0	20.0	23.4	伸縮計	400～3,300

*：計測期間中の平均的な移動量，伸縮計の移動量は引張り方向

考えられる。また，実測値から将来の挙動を予測するという点で，情報化施工に適合した方法ともいえる。

将来の破壊予測などに適用しようとした場合，より複雑なモデルが必要となるため，現段階では対応できない。地盤の初期応力や適切な弾粘塑性パラメータを決定するための室内および現場試験法の開発が必要である。また，今回の解析では，初生地すべりの発生時期を決定しているが，実際は同定できない場合多い。地すべりの発生時期を同定あるいは仮定する方法の開発が望まれるところである。

参考文献

1）松井保・阿部信晴（1984）：土の構成式入門５．弾塑性理論と適用（その３），土と基礎，Vol.32，No.1，pp.71－79.

2）Zienkiewicz and Cormeau, C. I.(1974) : Visco-plasticity and creep in elastic solids－A unified numerical solution approach, *Int. Journ. for Numerical methods in Enginnering*, Vol. 8, pp. 821－845.

3）西村伸一・堀俊男ほか（1994）：弾粘塑性モデルによる地すべり挙動の解析，土木学会第49会年次学術講演会論文集，pp.860－861.

4）Sekiguchi, H.(1984) : Theory of undrained creep rupture of normally consolidated clay based on elasto-viscoplasticity, *Soils and Foundations*, Vol. 24, No. 1, pp. 129－147.

5）Owen, D. R. J. and Hinton, E.(1980) : *Finite elements in plasticity : Theory and Practice*, Pineridge Press, U. K.

6）藤井弘章・西村伸一・堀俊男・島田清（1993）：ある地すべり地の弾粘塑性有限要素解析，地盤と建設（地盤工学会中国支部論文集），Vol.11－1，pp.11－23.

7）藤井弘章・西村伸一・堀俊男・島田清（1995）：地すべり挙動の弾粘塑性有限要素解析，地すべり，Vol.31－4，pp.1－8.

8）藤井弘章・堀俊男・西村伸一・島田清（1992）：地すべり地における降水量と移動量に関する二・三の考察，地盤と建設（地盤工学会中国支部論文報告集），Vol.10－1，pp.13－24.

9）網木亮介・中村浩之・伊東和美（1990）：ある地すべり地における間隙水圧の測定結果とその予測，平成２年度地すべり学会研究発表会講演論文集，pp.244－247.

10）飯沼達夫・船崎昌継・矢内剛（1991）：大規模地すべりに対する地形・地質的考察，平成３年度地すべり学会研究発表会講演論文集，pp.33－36.

11）吉松弘行・竹下道男・市川良輔（1991）：静岡県口坂本地すべりの対策工と工事効果，平成３年度地すべり学会研究発表会講演論文集，pp.149－152.

（原稿受付2004年２月４日，原稿受理2004年６月17日）

地すべり解析における有限要素法の利用 第10回 Finite element method for landslide analysis No.10

3．弾塑性FEMとその他の手法

大塚　悟／長岡技術科学大学工学部
Satoru OHTSUKA／Nagaoka University of Technology

キーワード：有限要素法，極限解析，極限平衡法，剛塑性有限要素法
Key words：finite element method, plastic theorems, limit equilibrium methods, rigid plastic finite element method

3.1　斜面安定解析の数理基礎とその応用

有限要素法による斜面安定性評価は通常変形解析を用いて行われる。しかし変形解析は初期応力を始め，変形履歴によって解析結果が左右される性質がある。これは弾塑性解析の特徴であるが斜面の安定性評価上の問題となる。これに対して安定解析は斜面の極限状態を直接取り扱う点に特徴があり，変形は評価できない代わりに解析結果が初期応力などの変形履歴の影響を受けない利点がある。以下に斜面安定解析の数理基礎について解説し，その応用について述べる。

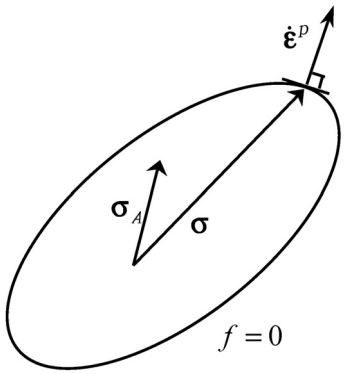
3.1.1　破壊の定義と塑性論

地盤材料の最も確からしい構成式に弾性論がある。弾性論は応力とひずみの間に１対１の関係を構築する。しかし，斜面の破壊時に地盤は非拘束流れを生じるために，地盤の応力に対して変位（ひずみ）は不定となる。このように応力とひずみの１対１関係の喪失を破壊と定義する。塑性論では塑性ひずみ $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ を導入して，ひずみを弾性ひずみと塑性ひずみの和により，$\boldsymbol{\varepsilon}=\boldsymbol{\varepsilon}^e+\boldsymbol{\varepsilon}^p$ と表す。斜面の破壊時に弾性ひずみは地盤応力に対して一意に定まるが，塑性ひずみが生じることにより変位の進展が説明される。塑性ひずみの発生条件は降伏関数 $f(\boldsymbol{\sigma})=0$ によって表される。地盤の応力が降伏関数に到達すると塑性ひずみの発生条件が満たされる。塑性ひずみに関しては載荷・除荷の応力サイクルを与えた時に応力の成す仕事が正になる（載荷方向に塑性変形を生じる）条件から最大塑性仕事の原理が導かれている。

$$(\boldsymbol{\sigma}-\boldsymbol{\sigma}_A)\cdot\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p\geq 0 \quad \text{または} \quad \boldsymbol{\sigma}\cdot\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p\geq\boldsymbol{\sigma}_A\cdot\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p \quad \cdots\cdots\cdots(1)$$

上式は塑性ひずみ速度 $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p$ を生じる応力 $\boldsymbol{\sigma}$ は降伏関数内の任意の応力 $\boldsymbol{\sigma}_A(f(\boldsymbol{\sigma}_A)\leq 0)$ の中で塑性ひずみ速度との仕事率が最大になることを表わす。この性質を利用すると塑性ひずみ速度 $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p$ に対して応力 $\boldsymbol{\sigma}$ を唯一定めることができる（図－１）。

連続体力学では，①力のつりあい式，②変位とひずみの関係式，③構成式（応力～ひずみ関係），④境界条件，の各方程式より応力やひずみを定めることができる。しかし，斜面の破壊時には変位が不定であることから塑性論の力を借りて応力とひずみ速度間に１対１関係を構築する。この関係は（関連）流れ則と言われるが，塑性ひずみ速度の大きさは決められない。斜面安定解析では，②変位速度とひずみ速度の関係式および，③構成式（応力～ひずみ速度関係）を用いて境界値問題を構成する。①～④の関係を用いると破壊時における斜面の応力ならびに変位速度の分布を定められる。弾塑性体は変形履歴によって変位応答が変化するが，破壊時の応力，ひずみ速度の分布は最大塑性仕事の原理より解の唯一性が保証される。



図－１　塑性ひずみ速度と応力

3.1.2　安定解析の数理基礎

構造物の安定性評価に関する塑性定理に極限解析がある。極限解析は２つの定理（上・下界定理）より構成される。極限解析は前述の①～④の支配方程式を厳密に解く代わりに，条件を緩和して解析を簡便にする手法である。しかし，得られた解は真の解に対して必ず大きい（上界定理）か，小さい（下界定理）ことが保証される点に特徴がある。以下に斜面安定解析にて用いられる機会の多い上界定理について概要を述べる。

上界定理では②及び④を満足する変位速度場を設定する。変位速度場は土質の運動条件を満足する必要があり，③構成式（応力～ひずみ速度関係）から規定されるダイレイタンシー特性を満たす必要がある。例えば降伏関数にミーゼス型の関数を用いると塑性ひずみ速度に体積ひずみ成分がないのに対して，ドラッカー・プラガー型の関数を用いるとせん断抵抗角 ϕ に規定される体積ひずみ

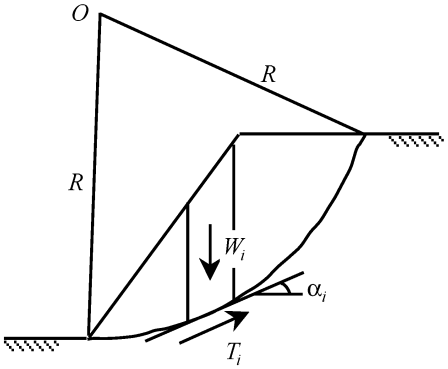
成分を有する。このような変位速度場は無数通り存在し，変形に伴う運動条件を満たすことから可容速度場と言われる。変位速度場を設定すると最大塑性仕事の原理によりひずみ速度に対応する応力が定められる。変位速度場は任意に定めているので，得られる応力はひずみ速度に対応する以外に物理的な意味がなく，①力のつり合い式を満たしていない。仮定した塑性ひずみ速度$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p$と対応する応力$\boldsymbol{\sigma}$の内力仕事率を塑性エネルギー消散率($D(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p)=\boldsymbol{\sigma}\cdot\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p$)という。上界定理は外力（物体力：$\boldsymbol{t}$）による仕事率との間に次式が成立する時に構造物は安定であることを保証する。

$$\int_V \boldsymbol{t}\cdot\dot{\boldsymbol{u}}dV < \int_V D(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p)dV \quad \cdots\cdots(2)$$

斜面安定解析では地盤のせん断強度の低減率から安全率Fsを定義することから，塑性エネルギー消散率は安全率の関数($D(Fs, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p)$)となる。したがって可容速度場を仮定すると式(2)より斜面が破壊する強度低減率，すなわち安全率Fsが求められる。上界定理は仮定した変位速度場に対して安全率が求められるために数多くの解が存在する。これらの解が真の安全率を下回らないことが保証されることから，変位速度場を様々に変化させて安全率の最小化を図ることが重要である。変位速度場にて構造物の安定性に影響を与えるのは構造物各点の変位速度の方向と相対的な大小関係（大きさ）である。破壊時の変位速度は基本的に不定であり，単位（時間の概念）当たりの変位増分の意味を有する。

3.1.3　極限平衡法の構造

分割法による極限平衡法は図－２のようにすべり線を仮定して，すべり土塊をいくつかの帯片に分割する。図には簡単のために円弧すべりの例を示した。各帯片には図－３のようにすべり線上の垂直力N_iおよびせん断力T_i，帯片間の断面力E_i，V_i，帯片の自重W_iがある。帯片の分割数をnとすると未知数の数は安全率Fsを加えて$4n+3$となる。これらの未知数を定めるために，(i)鉛直・水平方向の力のつり合い式，(ii)すべり線でのせん断強度式，(iii)モーメントのつり合い式を用いるが，未知数に対する条件式の不足から不静定問題となることが知られ，静定化するためにいくつかの方法が提案されている。



図－２　円弧すべり法

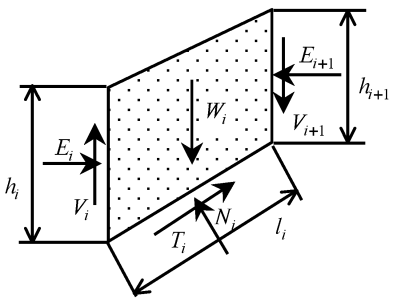
極限平衡法は斜面のすべり線を仮定して安全率を求める。その際にすべり線の位置を変化させて最小安全率を探索するが，何故安全率の最小化を行うのか，意外に明らかでない。極限平衡法で仮定するすべり線は斜面の幾何的な運動（変位速度場）を表しており，上記の条件②，④に対応する。すべり土塊は帯片に分割して鉛直・水平方向のつり合い式の外，円弧中心に関するモーメントのつり合い式を適用する。これらは条件①に対応する。すべり線上には地盤のせん断強度を仮定することから，条件③を間接的に考慮する。したがって極限状態に関する条件式①～④を全て用いており，静定化条件を加えると解が唯一求められることになる。では何故，分割法・円弧すべり解析はすべり線を変化させて安全率の最小化を図るのであろうか。

上界定理では斜面の破壊形態を任意に仮定する。図－２の円弧すべり線を仮定すると塑性エネルギー消散率は地盤の強度τ_iに円弧の変位速度$\dot{u}=R\dot{\theta}$を掛けて求められ，分割帯片のすべり線長l_iを考慮すると$\tau_i\cdot l_i\cdot R\dot{\theta}$と表わされる。ここに角回転速度$\dot{\theta}$（または変位速度$\dot{u}$の大きさ）は仮に定めたものであり，後述のように解析結果には影響しない。他方，外力仕事率は円弧中心から帯片の自重W_iの作用点までの距離$\overline{R}=R\sin\alpha_i$を用いて$W_i\cdot\overline{R}\dot{\theta}$と表される。強度の低減係数を$Fs$とすると塑性エネルギー消散率は$(\tau_i l_i/Fs)R\dot{\theta}$であり，上界計算式は次のようになる。

$$\sum_{i=1}^{n} W_i\cdot R\sin\alpha_i\dot{\theta}=\sum_{i=1}^{n}\frac{\tau_i l_i}{Fs}\cdot R\dot{\theta} \quad \text{すなわち，}$$

$$\sum_{i=1}^{n} W_i\cdot R\sin\alpha_i=\sum_{i=1}^{n}\frac{\tau_i l_i}{Fs}\cdot R \quad \cdots\cdots(3)$$

上界定理は上式から求められる低減係数Fsが真の安全率より大きいことを保証する。したがって，上界定理ではすべり線を変化させて安全率の最小化を図ることが極めて重要である。上界計算式(3)は形式上モーメントのつり合い式と一致する。式(3)をモーメントのつり合い式ではなく上界計算式ととらえると，分割法・円弧すべり解析にて何故すべり線を変化させて安全率を最小化する必要があるのか合理的に理解できる。分割法・非円弧すべり解析の場合に用いる水平つり合い式の積分形式に関しても，同様にして上界定理における仕事式であることが確かめられる[1)]。非円弧すべり解析の場合には帯片の



図－３　帯片に作用する力

底面のみでなく，側面においても塑性エネルギー消散が生じる点に差違がある。すべり面の設定は本来，構成式から規定される運動条件を満足する必要がある。例えば円弧すべりの場合にはミーゼス型の降伏関数の場合に運動条件を満足するが，ドラッカー・プラガー型の関数の場合に満足しない。極限平衡法では一般にすべり線におけるダイレイタンシーを考慮しないことから，運動学的可容条件が完備でなく，理論的には必ずしも最小解の存在が保証されていない。

3.1.4　剛塑性有限要素法

極限解析の上界定理を有限要素法によって解析する方法に剛塑性有限要素法がある。有限要素法を用いるとすべり線を事前に仮定する必要がなく，より合理的に安定解析を実施できる。したがって破壊機構の把握できない三次元問題の解析に優れている。塑性定理に基づいて安全率の最小化演算から定式化する方法が一般的であるが，ここでは剛塑性構成式を用いた定式化について説明する。

降伏関数に摩擦性材料にて標準的なドラッカー・プラガー型の関数を用いる。

$$f(\boldsymbol{\sigma},\ Fs)=\frac{\alpha}{Fs}I_1+\sqrt{J_2}-\frac{k}{Fs}=0 \quad \cdots\cdots(4)$$

斜面安定解析ではせん断強度が安全率Fsによって低減されることから降伏関数はFsの関数で表記される。最大塑性仕事の原理から塑性ひずみ速度に対して応力を決定することができる。非決定応力に注意すると次の構成式[2]が誘導される。

$$\boldsymbol{\sigma}=\frac{1}{Fs}\left(\frac{k-3\alpha\beta/Fs}{\sqrt{3(\alpha/Fs)^2+1/2}}\frac{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p}{\dot{e}}+\beta I\right) \quad \cdots\cdots(5)$$

ここに$\dot{e}$は塑性ひずみ速度のノルム（大きさ），Iは単位テンソルである。また，βはラグランジュの未定係数（非決定応力）であり，次のダイレイタンシーに関する制約条件とともに境界値問題を解析することによって定められる。

$$\dot{\varepsilon}_v^p-\frac{3\alpha/Fs}{\sqrt{3(\alpha/Fs)^2+1/2}}\dot{e}=0 \quad \cdots\cdots(6)$$

解析に当たっては，変位速度の制約条件を導入する。この条件は式(3)にて角回転速度$\dot{\theta}$（または$\dot{u}$）に仮の値を仮定することに対応する。

$$\int_V \boldsymbol{t}\cdot\dot{\boldsymbol{u}}\,dV=1 \quad \cdots\cdots(7)$$

式(5)〜(7)を有限要素法に適用すると離散化形式の連立方程式が得られる。方程式は安全率Fs，変位速度$\dot{\boldsymbol{u}}$，ラグランジェの未定係数$\boldsymbol{\beta}$に関する非線型方程式である。連立方程式を解くことにより変位速度分布すなわち崩壊形態と安全率が同時に求められる。剛塑性有限要素法では地盤の構成関係を用いるために極限平衡法における不静定問題は生じない。

3.1.5　剛塑性有限要素法による事例解析

単純斜面の安定解析事例を表－1に示す。斜面の傾斜角度は30°，単位体積重量$\gamma_t=16\mathrm{kN/m^3}$，粘着力$c=17.5$ kPaとしてせん断抵抗角ϕを変化させた。比較のためにJanbuの安定図表およびChenによる極限解析の結果[4]を示した。表からせん断抵抗角によらずに剛塑性有限要素法はほぼ妥当な解を与えることが分かる。有限要素法は連続体理論に基づくために一般にすべり線のように不連続面を有する解析は得意ではない。したがって，解析結果はすべり線がせん断帯として有限な幅を有する変形領域として表現される。

地盤材料は関連流れ則を適用するとダイレイタンシー（破壊時のせん断変形による体積膨張）を過大に評価することが知られている。剛塑性有限要素法では非関連流れ則を導入することによりダイレイタンシー特性を調整することができる。この理論的背景は剛塑性有限要素法の定式化にて塑性定理によらずに直接構成関係を記述したことにある。表－2にダイレイタンシー角ϕ_dによる安全率の変化を示すが，ほとんど影響が見られない結果となった。地盤は摩擦性材料のために体積膨張が拘束されると圧力が増加して大きなせん断強度が発揮されるのに対して，斜面の場合にはすべり土塊の運動に関する拘束が少ないためにせん断強度が影響されないと考えられる。

剛塑性有限要素法で得られる変位速度場の1例[2]を図－4に示す。(i)に斜面形状と得られた崩壊形態（変位速度場に時間を掛けて変位で表現），(ii)にひずみ速度の分布を示した。解析条件は$c=30$kPa，$\phi=17°$および$\gamma_t=16$ kN/m³を用いた。安全率は$Fs=1.17$である。(i)の変位図を見るとすべり土塊全体が一体化して崩壊しているが，有限要素メッシュの変形形状に着目すると上部はすべり線に沿って下方に移動しているのに対して下部はすべり線に沿って剛体的に回転している。(ii)のひずみ速度の大

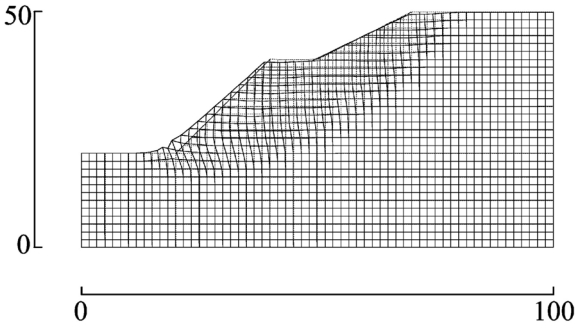
表－1　単純斜面の安定解析結果

ϕ(°)	Janbu	Chen	RPFEM
5	0.94	1.00	0.99
15	1.40	1.50	1.48
25	1.83	2.02	1.84

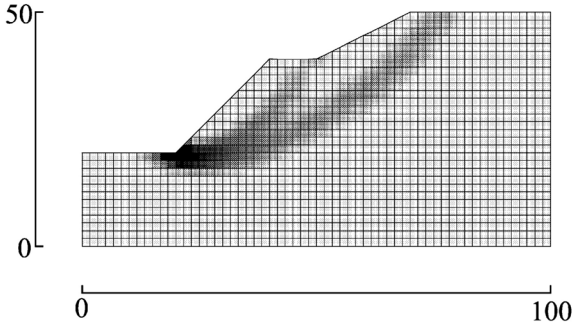
表－2　ダイレイタンシー角による安全率への影響

ϕ(°)	ϕ_d(°)	RPFEM
30	0	1.96
	15	1.99
	30	2.00

きさに着目すると，連続的なせん断帯が２本現れた。変位図の変形挙動は複数のせん断帯による影響を受けている。以上のように剛塑性有限要素法は連続体理論に基づくものの，せん断の局所化域と剛体域を合理的に表現できる。

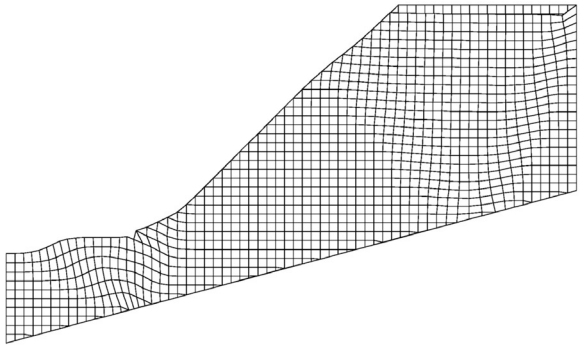


(i)　変位図

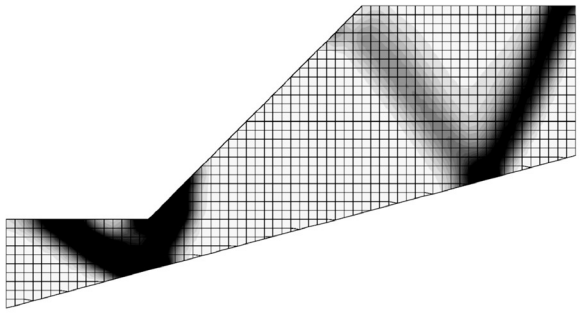


(ii)　ひずみ速度分布

図－４　破壊形態とせん断帯の発生



(i)　変位図



(ii)　ひずみ速度分布

図－５　シーム層を有する流れ盤斜面の解析結果

地すべりでは斜面内にすべり線が発達している事例が多い。すべり線のせん断抵抗力は斜面に対して小さいことが知られており，斜面の崩壊は既存すべり線に沿って生じる可能性が高い。このような変位速度の不連続線に対して式(5)と同様の剛塑性構成式[5]を作成できる。図－５に斜面に粘土シーム層が入り，流れ盤を構成している事例[3]を示す。斜面の地盤定数は$c=16.5$kPa，$\phi=23.9^\circ$および$\gamma_t=18$kN/m^{3}である。シーム層が存在しない場合に安全率は$Fs=1.53$であり，破壊形態は図－５の解析領域内に納まった。シーム層は図－５の底部に設定した。シーム層以深は十分に堅いとして解析領域から除外した。シーム層の強度が$c_s=10$kPa，$\phi_s=0^\circ$の時に図の破壊形態を得た。安全率は$Fs=1.14$である。(i)の変位図は斜面上部が下方へ，中央部はシーム層に沿って斜め下方へ，下部は斜面のり尻部にて隆起する破壊形態を示す。シーム層の存在により破壊形態は大きく発達している。(ii)のひずみ速度分布は斜面上部に主働楔が形成され下方に移動，下部ののり尻部にて受働楔が形成されて斜面上方へ乗り上げていることを示す。シーム層に沿う変位速度はひずみ速度に換算されないために表記されていないが斜面の破壊形態が合理的に解析されている。

3.1.6　おわりに

有限要素法を用いた塑性解析の概略を極限平衡法と比較して述べた。紙枚の都合で三次元解析まで示すことが出来なかったが，三次元解析でこそ有限要素解析の本領を発揮する。未だ極限平衡法のようにはハンドリングは良くないが数年の間に急速に改善されると考える。目先のことに囚われずに事例を積み重ねていくことが未だ必要である。

参考文献

１）大塚　悟（1991）：分割法による斜面安定解析の塑性力学的考察，第36回土質工学シンポジウム発表論文集，地盤工学会，pp. 13－18.

２）大塚　悟・宮田善郁・池本宏文・岩部　司（2001）：剛塑性有限要素法による斜面安定解析，地すべり，Vol. 38，No. 3，pp. 47－52.

３）難波雅史（2004）：剛塑性有限要素法による再すべり型地すべり斜面の安定解析と対策工に関する検討，長岡技術科学大学大学院修士論文.

４）Nash, D. F. T.(1981)：A comparative review of limit equilibrium methods of stability analysis, Slope Stability, John Wiley & Sons, pp. 11－76.

５）Ohtsuka, S. & Miyata, Y.(2001)：Slope stability analysis taking into account pre-existing slip lines, Proc. of 10th International Conference on International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics, Vol. 2, pp. 1601－1604.

６）Tamura, T.(1990)：Rigid plastic finite element method in geotechnical engineering, Computational Plasticity, pp. 15－23.

（原稿受付2004年２月12日，原稿受理2004年４月７日）

講　座

Lecture

地すべり解析における有限要素法の利用 第11回 Finite element method for landslide analysis No.11

4．FEMの地すべり解析への適用例

角田信吉／群馬県中之条土木事務所
Nobuyoshi TSUNODA／Nakanojo Public Works and Construction Office Gunma Prefecture

鵜飼恵三／群馬大学工学部
Keizo UGAI／Faculty of Engineering Gunma University

若井明彦／群馬大学工学部
Akihiko WAKAI／Faculty of Engineering Gunma University

蔡　　飛／群馬大学工学部
Fei CAI／Faculty of Engineering Gunma University

倉岡千郎／日本工営株式会社
Senro KURAOKA／Nippon Koei. Co., Ltd.

牧野孝久／日本工営株式会社
Takahisa MAKINO／Nippon Koei. Co., Ltd.

藤原民章／日本工営株式会社
Tamiaki FUJIWARA／Nippon Koei. Co., Ltd.

新屋浩明／日本工営株式会社
Hiroaki SHINYA／Nippon Koei. Co., Ltd.

キーワード：地すべり，有限要素法，浸透流解析，集水井，地下水
Key words：landslide, FEM, seepage analysis, drainage well, ground water

4.1　FEM浸透流解析による集水井の最適配置の検討

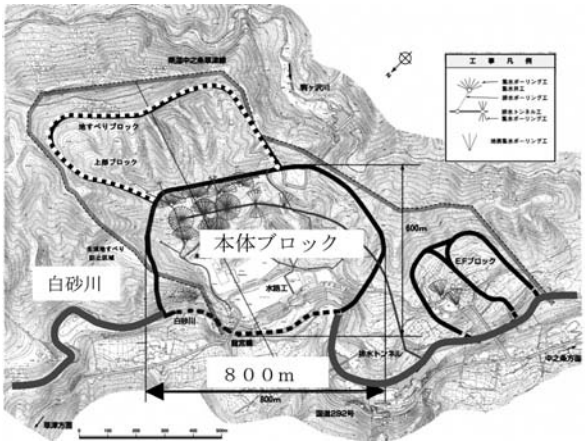
4.1.1　はじめに

地すべりの代表的な抑制工である地下水排除工の効果は地下水位の低下量により評価されており，既往の観測結果に基づいて低下量の目安が示されている[1]。しかしながら，コスト縮減を目指した効率的な地下水排除工を計画するためには，地下水排除工の配置や地盤の透水特性を反映し，任意の降雨量における地下水排除工の効果を予測する技術が期待される。そのような技術の一つとして，3次元FEM浸透流解析を用いて地下水排除工の効果をシミュレートできることが示されている[2)~6)]。もちろん地すべりの透水特性の不確実性に起因した予測精度の限界には留意しなければならない。しかし，信頼性のある地下水観測データにより地下水の挙動が水理及び地質構造の面から説明可能な場合は，FEMにより無駄のない地下水排除工の配置と数量を検討することが可能と考えられる。

本講座では，群馬県の生須地すべりにおいて，効率的な集水井の配置と数量をFEMにより検討した事例に基づき，FEMのモデル化上の要件や適用上の留意点などについて説明する。

4.1.2　対象地すべりとその目的

対象とした生須地すべりは，群馬県草津近郊の白砂川左岸に位置している幅800m，長さ600m，厚さ80mの大規模岩盤すべりである（図－1）。基盤岩である新第三期鮮新世の凝灰岩には熱水変質を受けて脆弱化した箇所が多く，この脆弱部をすべり面としている。本地すべりは，平成元年から平成15年までの間に排水トンネル工



図－1　生須地すべり平面図

(1042m)，集水井工9基が施工され平常時は安定している。しかし，現在も地すべり滑動は終息に至っていないため，新たな集水井の施工計画が求められている。計画の策定にあたっては，コスト縮減，定量的な事業評価に配慮するため3次元FEM浸透流解析及び3次元安定解析を実施して降雨時における新設集水井の効果を予測した。

業務全体の具体的な内容は藤原ら（2004）[5]を参照いただくものとし，本講座ではFEMの適用方法に焦点をおくためFEMモデルの要件や注意点を中心に述べてから解析結果を説明する。

4.1.3　地盤モデル

地下水排除工の効果を評価するにあたっては，任意の降雨量に対する地下水位の変化量と変化速度を求めなけ

ればならない。そのため，降雨時に水が地表から不飽和域を浸透する速度と量を求める必要があり，本事例では飽和－不飽和浸透流解析を採用した。ただし，本手法では支配方程式がダルシー則に基づいているので，卓越した亀裂を流れる不規則な地下水挙動を表すには限界がある。

また，地下水排除工を含むモデル全体は水収支を満足する必要がある。本事例では尾根地形に基づいて不透水境界とする解析領域を設定し，別途タンクモデルの計算を行って，FEMから求められる河川への流量を検証した。

4.1.4　集水井モデル

集水井は井戸本体が集水する効果もあると考えられるが，過去の観測によれば壁面の集水効果は，集水ボーリングの効果に比べて小さいとされている[7]。そこで，本事例では集水ボーリングをモデル化し，そのモデルを集水井モデルと呼ぶものとした。また，既往の観測によれば水位低下は集水ボーリングが地盤に占める範囲で認められており，集水ボーリングの密度，集水ボーリングと自由水面との水頭差が水位低下量の要因として示されている[7]。したがって，集水井モデルはこれらの要因の影響を反映でき，計算結果として排水量と水位低下が求められることが望ましい。

以上の特徴を表すことのできる集水井モデルには，いくつかの方法が考えられる。集水ボーリング一本一本を透水性の高い要素としてモデル化する方法，一つの集水井の集水ボーリング全体を排水性の高い領域として設定する方法などが挙げられる[2)~6)]。本事例では，既存の集水井だけでも9基あることから集水ボーリングを1本ずつモデル化すると節点数が膨大になる恐れがあった。そこで，図－2に示すように集水ボーリングを透水性の高い領域として表し，その領域の大きさと透水係数により集水ボーリングの効果を表した。

要素のタイプとしては，平面要素を用いた（図－2）。その理由は，要素の厚さをボーリング孔の直径相当に設定しようとすれば，全体の要素数が膨大になる可能性があり，また普遍的な根拠のない厚みにすると，厚みを変える度に透水特性を調整しなければならないからである。

集水井モデルを流れる水は排水される必要がある。実際の集水井ボーリングの出口は大気に接しているので，集水井モデルでも中心部における圧力水頭を0に設定することが考えられる。しかしながら，地盤と接している集水井要素の節点の圧力水頭を0に設定すると自由水面が強制的にその部分で形成され，排水量も過大になる恐れがあった。そこで，本事例では集水井モデルの中心にあたる節点は，地盤と結合させないで圧力水頭0を与えた。

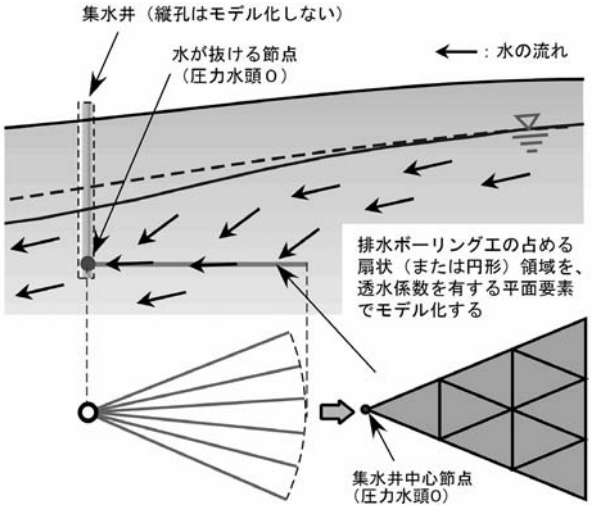
4.1.5　地盤及び集水井の要素タイプ

本事例では，集水井の任意の数量と配置について解析を行う必要があった。この際，集水井の配置と数量を変える度に要素メッシュを修正することは作業効率が極めて悪い。そこで，本業務では図－3に示すように地盤部分を表わす全ての要素を同じ大きさの立方体（6面体要素）とし，集水井モデルは正方形の平面要素により近似した。このようなメッシュを作成すると要素及び節点数が多くなるが，地すべり内部において不規則な形状を有する地層領域を設定・修正することが容易であり，集水井モデルを任意の位置に変更・追加することも容易である。

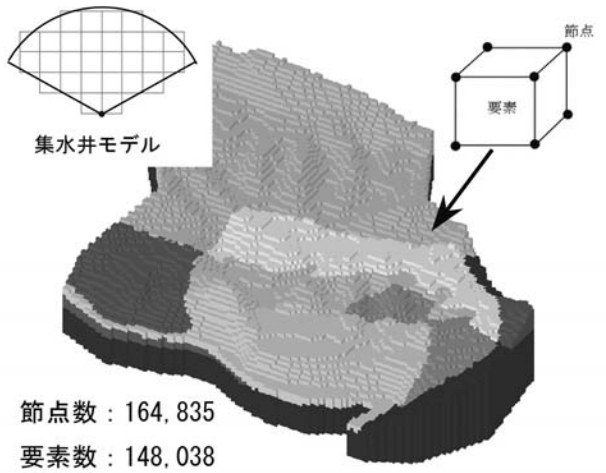
4.1.6　透水特性の設定方法と解析手順

(1)　透水係数の設定方法

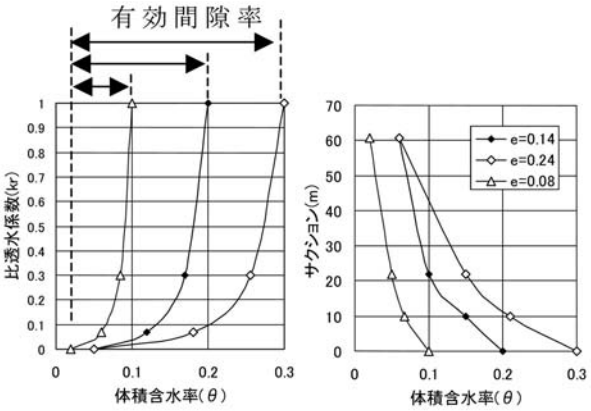
飽和－不飽和解析において入力する地盤の透水特性は，飽和透水係数及び不飽和浸透特性である。不飽和浸透特性とは水分特性曲線（$k_r-\psi$，$\theta-\psi$）を意味し，k_rは比透水係数，ψはサクション，θは体積含水率である。本事例では，水分特性曲線における体積含水率の変化幅は，概ね有効間隙率と等価であると考え，有効間隙率と呼ぶものとした。図－4に水分特性曲線の例を示す。水分特性曲線の形状の影響は明確にされていないが，既往の解



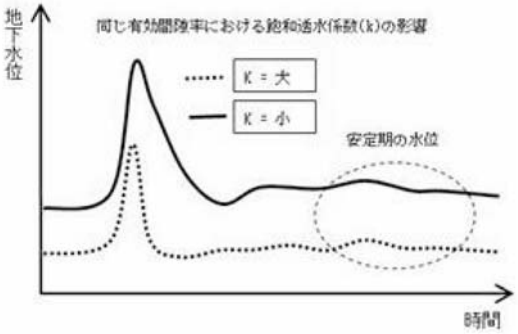
図－2　集水井ボーリングを表す要素の模式図



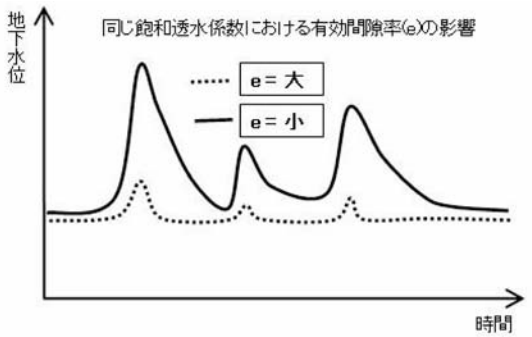
図－3　FEMメッシュと要素形状



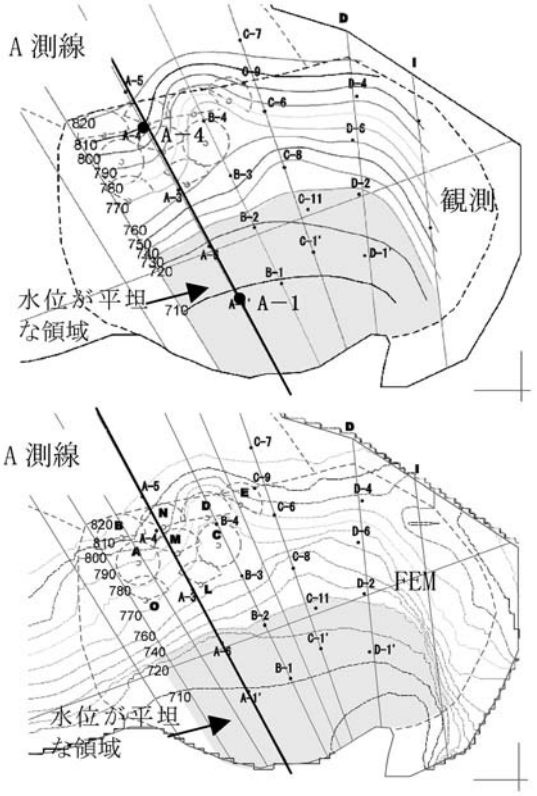
図－4　不飽和特性（水分特性曲線）と有効間隙率（e）の例



図－5　飽和透水係数（k）の地下水位に対する影響（同じ有効間隙率）



図－6　有効間隙率（e）の地下水位に対する影響（同じ飽和透水係数）



図－7　FEMから求めた安定期の地下コンターと観測に基づく地下水コンター

析例によれば地下水位は飽和透水係数と有効間隙率の影響が大きいことが示されている[8),9)]。そこで，本事例では，これらの二つのパラメータを主な透水特性として考えた。

これらの透水特性を試験から求めることは，地すべり土塊が不均質であり不確定性があるため容易でない。そこで，本事例では観測地下水位の再現解析によって，飽和透水係数と有効間隙率を決定した。再現解析にあたっては，これらの透水特性の地下水位に対する影響を知っておくことが役立った[8),9)]。

1）流入出がバランスした安定状態の地下水位は，飽和透水係数の影響が支配的であり，図－5に示すように飽和透水係数が高いほど地下水位が低い。

2）短期的な豪雨時の地下水位上昇量は，有効間隙率の影響が大きく，図－6のように有効間隙率が小さいと地下水位上昇が大きい。ただし，有効間隙率が同じであれば，飽和透水係数が大きいほど地下水位降下が早い。

⑵　解析手順

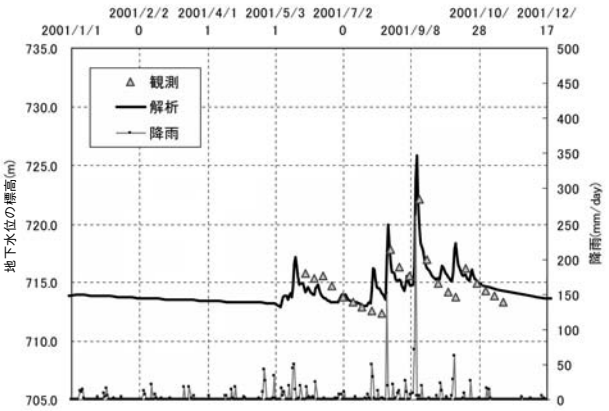
本事例におけるFEM浸透流解析は，大きく再現解析と予測解析の二つのステップからなる。再現解析では地盤及び集水井の透水特性を決定し，予測解析においては7通りの新設集水井の配置について豪雨時の解析を実施してその効果を求めた。最終的は，予測した地下水位を水圧として三次元安定解析に設定して安全率を求めた。

4.1.7　観測地下水位の再現解析結果

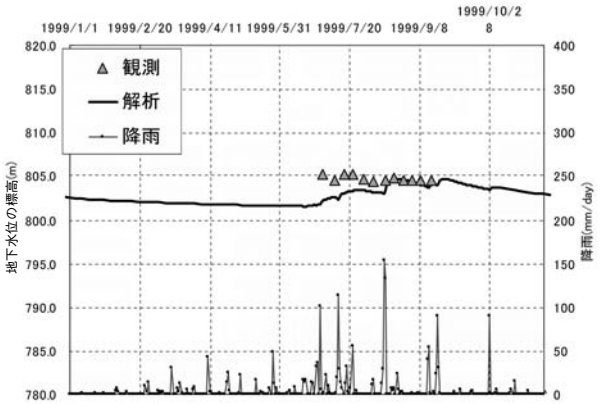
⑴　地盤の透水特性の逆算

再現解析は，まず安定期の地下水コンターを再現することで飽和透水係数を求めた。それは，前述したように安定期の地下水位が飽和透水係数に支配されるからである。次に豪雨時の地下水位の変化を再現することで有効間隙率を決めた。

平均降雨を用いた安定期の再現解析から求められた地下水位コンターを図－7に示す。ここで再現されている重要な傾向は，自由水面が末端領域で平坦であり，ブロックの中ほどから頭部に向かって地表面とほぼ同じ勾配を示していることである。この傾向は，末端域の透水性が高いため地下水位が低くなることを示しており，末端域



図－8　降雨時の地下水変動の再現結果
（末端のA－1孔：図－7）

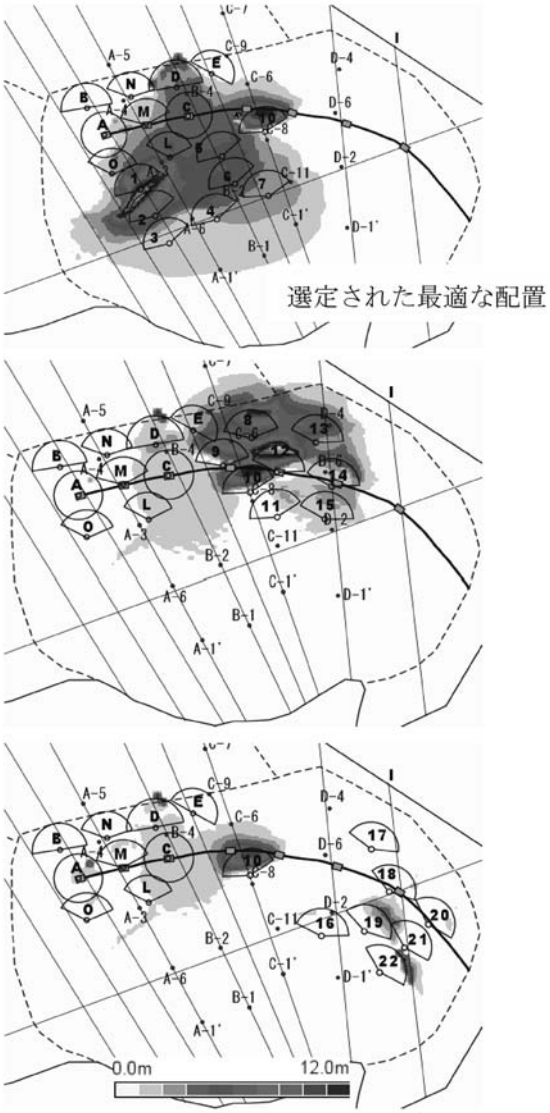


図－9　降雨時の地下水変動の再現結果
（頭部のA－4孔：図－7）

が充填物のない開口亀裂性の岩盤領域であることと整合している。

一方，降雨時の再現解析から求められた末端域と頭部周辺の代表的な結果をそれぞれ図－8及び図－9に示す。その傾向に着目すると，末端では頭部に比べて水位上昇速度が速く上昇量も大きいのに対して，頭部では降雨に対する応答が鈍く変動幅も小さい。これは，末端域の亀裂性岩盤は見かけの間隙率が低く透水性が高いため地下水位が大きく変化するが，頭部では岩盤が著しく破砕されており間隙率が高いのに加えて表層の透水性が高いため地下水位が小さいものと考えられる。これらの傾向は，寺川ら（1997）[10]の示す地すべりタイプ，①岩盤地すべり，②粘塑性体的地すべり，③砂丘地によって分類した水位変化パターンとよく整合し，本事例の末端域の水位変化は岩盤地すべりの特徴を示し，頭部は砂丘礫の特徴と整合している。以上の結果と考察により，再現解析から求められた透水特性は地下水機構を適切に説明できるものと判断された。

次に集水井モデルの透水特性を決定した。集水井モデルの効果は，飽和透水係数で支配される。そこで，平成11年時点で施工されている6基の集水井及び，平成13年時点で施工されている9基の集水井について，各年の実測降雨量を与え，孔内水位の変動状況を各孔で再現することで，集水井モデルの飽和透水係数を逆算した。



図－10　異なる集水井配置における水位低下の例

4.1.8　新規集水井の効果の予測解析

予測解析においては，30年及び50年確率雨量を用いた。これらの雨量は榎田ら（2001）[11]の事例を参考にして，対数正規分布に基づいて10日の累積雨量について算定した。

次に，集水井の施工性を考慮して新設集水井の配置案を7ケース作成し，各々のケースについて所定の降雨を与えた解析を実施した。求めた地下水位を三次元安定解析に水圧として設定し安全率を求めた。これらのケースのなかで所定の計画安全率を満たすケースについて，概算工費を算定して，経済性に優れた配置計画を決定した。50年確率雨量を与えた場合について，既存の集水井に対して新設集水井を施工した場合の水位低下分布の例を図－10に示す。また，最終的に採用された配置計画を図－10に示した。

4.1.9　おわりに

本講座では，生須地すべりの解析事例を挙げて，3次元FEM浸透流解析における地盤及び集水井のモデル化方法を中心に説明した。地下水排除工の効果判定においては，任意の降雨時の地下水位変化の量と速度を求める必要があるので，不飽和域における降雨の浸透機構を考慮する必要がある。また，排水量や地下水位の変化は，集水ボーリングの占める面積及び密度，周辺地盤の透水特性，集水ボーリングと自由水面との水頭差などに応じて計算結果として求められる必要がある。

本事例では，観測されている地下水位の分布及び変化パターンを再現することができ，求められた透水特性は水理地質構造を説明できるものである。しかし，地すべりの透水特性には不確実性がともなうのでFEM浸透流解析による予測精度には限界がある。したがって，FEMの結果にしたがって集水井を施工する場合は，施工前後の地下水位の変化を観測し，FEMの予測結果と比較することでモデルを修正して，再度予測解析を実施することで計画を更新することが望ましい。

本稿では，FEMのモデル化を中心に述べたが，再現解析においては信頼性のある地下水データが必須であり，今後も水理構造に応じた適確な調査技術の確立が必要である。

参考文献

1）建設省河川局監修，社団法人日本河川協会編：建設省河川砂防技術基準（案）同解説・計画編，平成14年発行.

2）鵜飼恵三・蔡飛・若井明彦・阪上最一（1998）：集水ボーリング工の効果に関する定量的評価手法の提案，地すべり，Vol. 35, No. 3，pp. 1－7.

3）井良沢道也・南雲政博・大川滋（2002）：三次元シミュレーション解析を用いた地下水排除工の定量的効果判定，地すべり，Vol. 39，No. 2，pp. 34－44.

4）西田憲司・山上拓男・蒋景彩（2000）：三次元有限要素浸透流解析に基づく排水ボーリング効果の定量的評価法，地すべり，Vol. 37，No. 3，pp. 1－9.

5）藤原民章・新屋浩明・岩間倫秀・牧野孝久・倉岡千郎（2004）：大規模地すべりの事業計画見直しとコスト縮減への取り組み，第43回日本地すべり学会研究発表会講演集，pp. 375－378.

6）牧野孝久・倉岡千郎・鵜飼恵三・蔡飛・若井明彦・角田信吉（2003）：生須地すべりにおける集水井工の3次元有限要素浸透流解析，第42回日本地すべり学会研究発表会講演集，pp. 135－138.

7）丸山清輝・北島義則（1996）：地すべり地における集水井の地下水排除効果に関する検討，地すべり，Vol. 33. No. 3，pp. 13－18.

8）倉岡千郎・新屋浩明・徳永博・小林慶之（2003）：降雨時の地下水位変動の飽和－不飽和浸透流解析における透水特性の影響，第42回日本地すべり学会研究発表会講演集，pp. 139－142.

9）白木克繁・中村浩之（2001）：飽和不飽和浸透数値計算法による地すべり地地下水変動再現計算－福島県大利地すべり地を例として－，地すべり，Vo. 38，No. 1，pp. 30－33.

10）寺川俊浩（1997）：地すべり地における地下水調査法と地下水排除工の設計（その1），地すべり技術，Vol. 24，No. 1，pp. 300－321.

11）榎田充哉・須田大祐・小野由紀光（2001）：地すべりの安全率と確率評価，第40回日本地すべり学会研究発表会講演集，pp. 201－204.

（原稿受付2004年10月26日，原稿受理2004年10月26日）

地すべり解析における有限要素法の利用 第12回 Finite element method for landslide analysis No.12

4．FEMの地すべり解析への適用例

倉岡千郎／日本工営株式会社
Senro KURAOKA／Nippon Koei. Co., Ltd.

李　黎明／日本工営株式会社
Liming LI／Nippon Koei. Co., Ltd.

鵜飼恵三／群馬大学工学部
Keizo UGAI／Faculty of Engineering Gunma University

若井明彦／群馬大学工学部
Akihiko WAKAI／Faculty of Engineering Gunma University

蔡　　飛／群馬大学工学部
Fei CAI／Faculty of Engineering Gunma University

蔡　光石／韓国海洋研究所
Kwangseok CHAE／Korea Ocean Research and Development Institute

キーワード：地すべり，有限要素法，遠心載荷模型実験，抑止杭
Key words：landslide, finite element method, centrifuge model test, pile

4.2　平面すべり面を有する斜面に打設された抑止杭の遠心載荷模型実験及びFEM解析

4.2.1　はじめに

地すべり抑止杭の設計の基本的な考え方と方法は実務において標準的に用いられ，多くの実績が積み重ねられてきている[1),2)]。その一方で近年はハード対策のコスト縮減と同時に信頼性の向上が求められており，従来の設計方法によって計画・設計した抑止杭の規模が大きく重要度が高い場合などは，杭の諸元の検証や軽減化について検討する余地がある。その一つの方法として，3次元有限要素法（FEM）を適用することが考えられ，FEMを用いれば杭と地盤の相互作用における移動層の厚さや地質に応じた力学特性の違いを反映することが可能であり，杭の諸元の検証や軽減の検討が可能と考えられる。

FEMを用いて杭の設計を行うにあたって，地盤の構成則は実用的であることが望ましい。その一例として，MCDPモデル[3)]が挙げられ，水平荷重を受ける杭基礎の室内及び現場実験結果をFEMで再現することでモデルの妥当性が確認されている[4),5)]。一方，地すべり抑止杭についても現場において観測された杭のモーメント[6),7)]や遠心載荷実験により得られた杭の挙動をFEMで再現することで現象を解明しFEMモデルの妥当性を評価した事例がある[8),9)]。

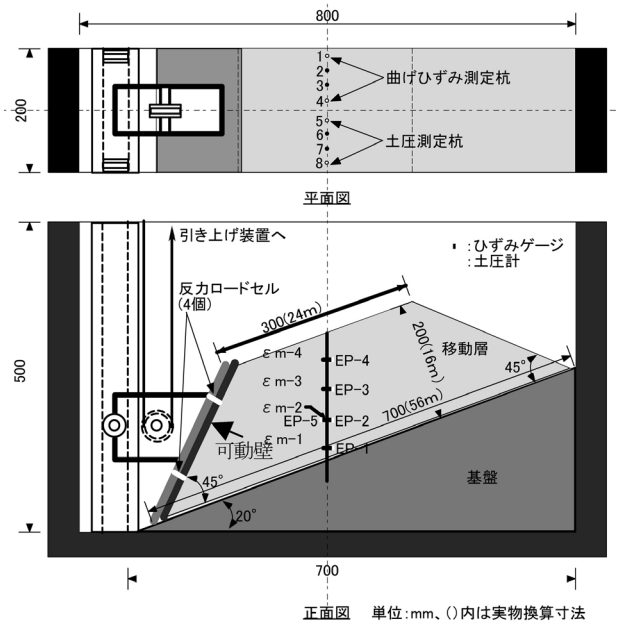
地すべり抑止杭を対象とした遠心載荷模型実験の事例は，伊藤ら（1993）及びJeongら（2001）の例が挙げられる。前者の例では，モーメントの分布形態がすべり面勾配と杭の曲げ剛性に依存することが示され，FEMの再現性も確認された。しかし，土圧計などを組み込むために杭断面が大きくなり，杭と杭の間の土塊の変形の影響が反映されず2次元的な挙動となっていた可能性がある。一方，Jeongら（2001）の実験では，遠心場で直径800mm相当の円形断面の模型杭が用いられている。弾性床上の梁の理論式から求めたモーメントの分布形状は概ね実験結果と一致している。ただし，本実験では，すべり面が設定されておらず杭の全長が均質な地盤に設定されている。したがって移動土塊がすべり面を境界として硬い基盤の上を滑動することにより杭に力が発生する機構については，取り上げられていない。

以上の背景を踏まえて，本稿で報告する遠心載荷模型実験ではすべり面のある斜面に円形断面の杭を設置し，3通りの杭中心間隔について実験を実施した。実験及びFEM解析結果に基づいて杭に作用する力の機構を考察するとともに測定結果をFEMで再現することでFEMの適用性と課題について検討した。ただし，本実験では，杭の谷側のすべり面抵抗が不足し谷側土塊が崩壊したので，ここで考察した機構とモデルは谷側土塊の崩落の影響を考慮することが中心となった。

4.2.2　遠心載荷模型実験方法

模型杭及び地すべりは，すべり機構が単純であり計算条件が明確になるような形状や配置を検討した。その結果，すべり面は平面とし，杭は荷重分担が均等になるように配置して剛なアルミ合金製（弾性係数E＝7.06×10^4MN/m^2）の基盤に剛結した。縮尺は想定実物と模型容器の寸法を考慮して1/80とした。図－1に，模型と実験装置のセットアップ状況を示し，より具体的な実験条件を以下に記す。

模型抑止杭はスチール製で，外径D＝12.7mm，肉厚t＝0.5mmとした。実物換算で，外径D＝1016mm，肉厚t＝40mmの鋼管杭に相当する。模型地すべり移動土塊における模型抑止杭の配置は4本，6本，8本の3通り（杭の中心間隔はそれぞれ3.94D，2.62D，1.97D）とした。図－1に示すように模型容器の中心側と側面側の2本の杭には，それぞれ4箇所にひずみゲージを取り付け，さらに反対側の2本の杭の前面と背面に小型の土圧計を



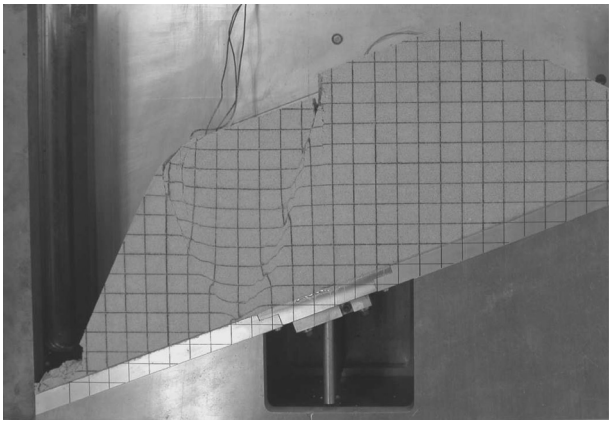
図－1　実験装置と模型の模式図

取り付けた。

地すべり移動土塊は，すべり面長さ56m，層厚16mの実物規模地すべりを想定した。土塊は材料特性の再現性を考慮して，豊浦珪砂とカオリン粘土の混合材料とし，地すべりが発生する際に一つのマスとして形状を保てるように模型地盤材料の物性試験および抑止杭なしの予備実験を行って混合条件と締固め度を調整した。その結果，豊浦珪砂とカオリン粘土の配合比は８：２，締固め度Dc＝100%，に設定した。地すべり移動土塊の材料特性は，$\rho_{d\,max}=1.880\mathrm{g/m^3}$，$w_{opt}=11.7\%$，$C=11.46\mathrm{kN/m^2}$，$\phi=38.6^\circ$であり，三軸圧縮試験より得られた初期接線変形係数$E_0$と拘束圧$\sigma_c$の関係は$E_0=2448.9\sigma_c^{0.6423}$（kN/m²）である。移動土塊は，含水比調整済みの模型地盤材料に対して，一定の層厚（２～４cm）になるように密度管理の締固めにより作成した。

移動土塊の谷側（前面側）には，移動層模型地盤の作成と同時に，地すべり発生装置を設置した。本装置（以下可動壁と呼ぶ）は，図－１に示す剛な壁であり，模型の自重履歴過程においては，すべりが生じないように移動土塊の前面を抑え，地すべりを誘発する際は電動モーターで上方に引き上げる。

今回の遠心載荷模型実験の一つの重要な課題が，模型容器側面およびすべり面の摩擦の低減および摩擦係数の測定である。摩擦係数が大きいとすべりが発生しない恐れがあり，また，摩擦係数が推定できないと杭に加わるすべり力の算定が難しくなることが想定される。そこで様々な試行錯誤を行った結果，地すべり移動土塊と模型容器側面およびすべり面の間の摩擦軽減策として，シリコングリスと２枚の薄いビニール膜（厚さ0.2mm）を挟むことにした。一面せん断試験を実施した結果，上記摩擦軽減策を施した場合の摩擦角は約11°である。ただし，変位に依存した非線形性が認められるため，すべり面強度は実験結果の再現解析から推定した。



図－２　移動土塊の破壊状況（杭８本，杭中心間隔１.97D）

実験は，まず可動壁を固定した状態で模型を所定の80G遠心力場に置き，移動土塊の自重履歴による変形が安定した後，可動壁を引き上げることにより前面側の応力を開放させ，すべりを発生させた。各実験段階において模型杭の曲げひずみ，土圧を計測した。

4.2.3　実験結果と考察

本実験では谷側土塊の有効抵抗力が不足し崩壊した結果となった。この時，観察された谷側土塊の破壊形態と杭の挙動について以下に述べる。

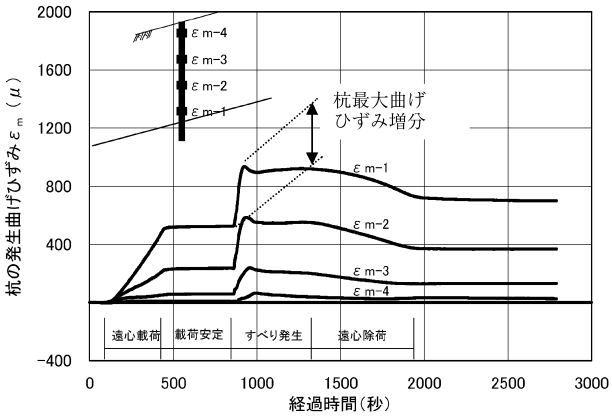
⑴　末端の崩壊形態

可動壁を引き上げてすべりを誘発させた際，谷側土塊は一つのマスとしてすべり面方向に移動するのではなく，図－２に示すように杭頭部周辺及び法肩から二つの緩い円弧状の破壊面が形成され，その間の土塊が陥没するように変形した。これは，水平地圧の低下による主動破壊によるものと考えられる。特に杭頭部から形成された破断面にそった変位が顕著であり杭頭部において土塊は鉛直方向に沈下した。

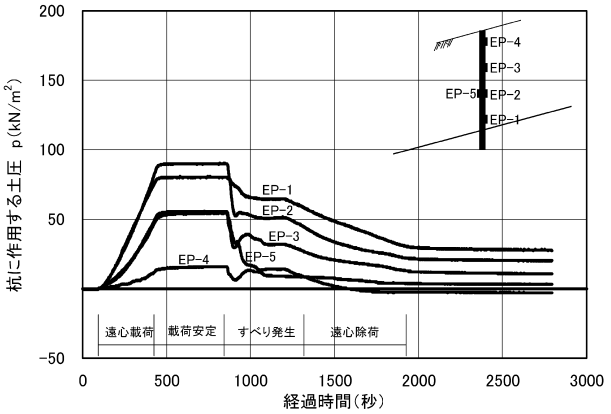
⑵　杭の挙動

すべりの発生および抑止杭の挙動を表す実験結果の一例として，抑止杭８本配置（杭中心間隔１.97D）の実験から得られたすべり過程における抑止杭の発生曲げひずみと作用土圧の経時変化をそれぞれ図－３及び図－４に示す。図より，すべりが発生するとともに抑止杭の曲げひずみが急激に増加するのに対して，杭に作用する土圧は遠心載荷安定時よりも減少する傾向を示している。この現象は，杭の谷側移動土塊の破壊（図－２参照）による緩み域の形成にともなう地圧の低下と応力再配分によるものと考えられる。また，抑止杭の変形も杭に作用する土圧に影響するものと想定される。上記現象は，抑止杭６本配置（杭中心間隔２.62D），４本配置（杭中心間隔３.94D）の実験においても同様に確認された。

すべり発生時に生じた最大曲げひずみの増分を杭中心間隔の異なるケースについて比較した（表－１）。表中，



図－3　抑止杭の曲げひずみの経時変化（杭間隔1.97D）



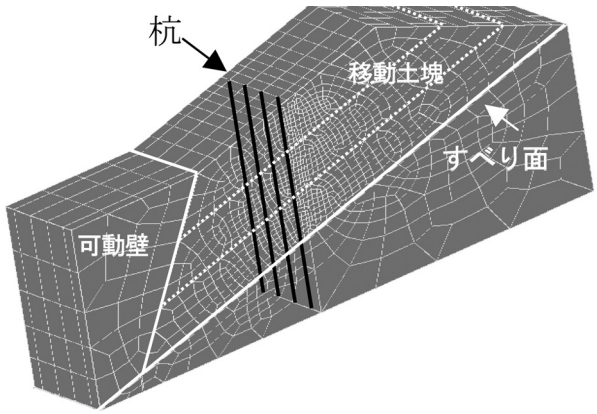
図－4　抑止杭に作用する土圧の経時変化（杭間隔1.97D）

表－1　杭最大曲げひずみ増分と杭中心間隔の関係

	杭中心間隔		
	1.97D (8本)	2.62D (6本)	3.94D (4本)
杭最大曲げひずみ増分(μ)	424	437	455

地すべり発生時の最大曲げひずみ増分は実物換算で抑止杭固定端から1.2mの位置において測定した値であり，自重履歴安定状態に対する増分である。表から抑止杭配置の中心間隔を1.97Dから2倍の3.94Dまで増やした場合，杭の最大曲げひずみ増分は増加傾向を示すが，その変化量は僅かであり，今回の実験範囲において，杭中心間隔を増しても抑止杭の発生断面力に与える影響は少ないことが分かる。このことは，杭の本数を減らしても杭に作用する荷重がそれほど増えなかったことを示唆しており，杭の本数が減るとすべり力が低下した可能性がある。現段階でこの原因は明確でないが，一つの要因として考えられることは，自重履歴状態における杭の鉛直方向の摩擦抵抗である。すなわち，杭の本数が少ないほど鉛直支持力が小さいため底面に作用する鉛直応力が高くなり摩擦抵抗が増したと考えられる。

以上の実験結果から，抑止杭の挙動は移動土塊の変形状況，抑止杭自体の剛性ならびに配置状況，すべり面の境界条件など多くの要因により影響され，典型的な地盤と構造物の相互作用問題として捉えるべきであることが分かった。



図－5　杭8本のケースのFEMモデル（ハーフモデル）

4.2.4　FEMによる再現解析

FEMによる再現解析では杭が8本のケースを対象とし，地すべりの誘発によって生じた谷側土塊の崩壊形態とその時に発生した杭のモーメントの増分を再現した。以下にモデル化方法について記載する。

(1)　解析モデル及び解析手順

モデルは中央断面から片側をモデル化し，杭は4本設定した（図－5）。杭間の地盤の破壊をシミュレートする場合は杭をソリッド要素で作成する必要があるが，実験結果では杭間の地盤は破壊しなかったので梁要素で杭と地盤の相互作用は表せると考えた。すべり面はジョイント要素でモデル化した。

解析に用いた地盤の構成則は，降伏関数がMohr-Coulomb式で塑性ポテンシャルがDrucker-Prager式からなるMCDPモデルを用いた。三軸試験の結果から地盤の変形係数は拘束圧に依存するので地盤は深度方向に3層に分け，それぞれに平均土圧に対応した変形係数（E）を設定した。ポアソン比（ν）は砂質土の平均的な値を考え0.3とし，ダイレイタンシー角（ψ）は0°と仮定した。

MCDPモデルに設定する粘着力及び内部摩擦角は，三軸試験結果をそのまま設定すると，谷側土塊の法面が顕著に塑性破壊する。ところが実験結果では谷側土塊の法面は破壊していない。そこで，本解析では内部摩擦角を試験値（38.6°）に設定し，粘着力は法面が破壊しないように調整し，50kN/m²とした。すべり面強度については，一面せん断試験の結果を参考に予備解析を行い，杭に作用するモーメントが過大にならないように摩擦角と粘着力をそれぞれ，15°と10kN/m²とした。以上の検討により解析に用いる基本的な地盤の物性値を表－2に示し，この物性値を適用した解析を基本ケースと呼ぶ。

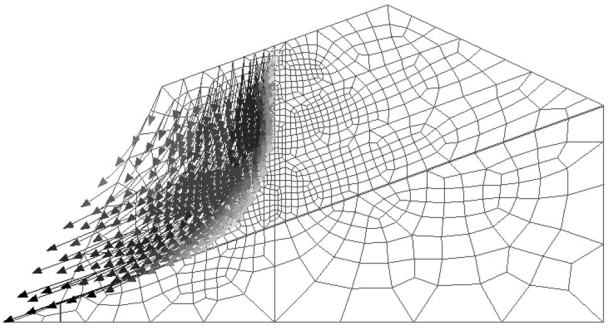
解析は2ステップで実施し，第1ステップでは可動壁を固定し杭のない状態で自重計算を行った。第2ステップでは杭を設定すると同時に可動壁を除去し開放力を加

表－2　基本ケースの地盤の物性値

	E MN/m²	ν	φ	c kN/m²	ψ
移動土塊上部	22	0.3	38.6°	50	0°
移動土塊中間部	46	0.3	38.6°	50	0°
移動土塊下部	65	0.3	38.6°	50	0°
すべり面	－	－	15°	10	－

表－3　解析ケース

ケース	すべりの発生方法	移動土塊の設定
1（基本ケース）	可動壁を除去	3層とも強度を均一
2	可動壁及び谷側土塊を除去	3層とも強度を均一
3	可動壁を除去	3層の最上層の強度を低下
4	可動壁を除去	3層とも弾性体



図－6　ケース1についてFEMにより求めた変位ベクトル

えた。

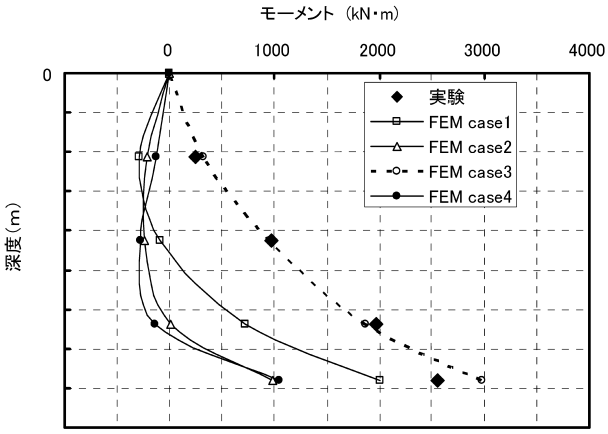
⑵　解析ケース及び解析結果

表－2に示す物性値に基づくケース1（基本ケース）を実施し，次に観測された杭のモーメントを試行錯誤で再現した。そのなかで代表的なケース2～4を表－3に示す。

ケース1から求めた変位ベクトルの分布（図－6）は，実験で認められた杭頭部からの主動破壊面と底面のすべり面によって規制された崩壊形態を表現できている。杭頭部の周辺では鉛直方向の変位が卓越しているため陥没する傾向が認められ，末端ではすべり面方向の変位が生じている。

この結果より崩壊機構を考察すると次のようである。移動土塊はすべり面に沿って下方に変形した。その際，杭を境に山側の土塊は杭で抑えられているため，崩落する谷側土塊の杭周辺部は水平応力が低下して主動破壊が生じた。したがって，本実験で杭頭部から発生した破壊面は引張応力によるものではなくせん断破壊によって形成されたものと考えられる。

ケース1から求めた杭のモーメントを残りのケースと併せて図－7に示す。ここで図中の測定結果は中心断面寄りの杭のモーメントである。ケース1のモーメントはその大きさ及び分布形状とも測定されたモーメントと異なる。FEMの結果によれば杭の中間周辺でモーメント



図－7　実験とFEMから求めた杭のモーメントの比較

の符号が逆転しており，杭がS字型に変形しているのに対して，測定されたモーメントの符号は変化せず杭は一定方向に曲がっている。S字型に変形する理由としては谷側土塊の反力が大きいこと，あるいは移動土塊の変形係数が高いことが考えられた。そこで，まず可動壁と同時に谷側土塊を除去した解析をケース2として実施した。しかし，FEMから求めたモーメントの分布と大きさは，図－7に示すように実験のそれと比べてさらに乖離する結果となった。次に，ここでは結果を省略するが，移動土塊の変形係数を数倍低下させてもS字型の変形形態に変化は認められなかった。以上の結果を踏まえると，杭頭部と杭末端のモーメントが同じ符号であるための機構としては，杭頭周辺にすべり方向の土圧がある大きさ以上に作用することが必要と考えられた。実際，杭頭周辺の谷側土塊は沈下したため杭頭の谷側土塊の反力はほとんどなく，山側からの土圧の影響が杭頭部で大きかったと推定される。しかし，本研究で用いたFEMの解析コードでは大きな沈下を再現できないため，移動土塊の上層のみの粘着力を低下させて塑性化を進展させることで杭の上部に作用する土圧を上昇させた（ケース3）。その結果，粘着力を12kN/m²に低下させると図－7に示すようにFEM及び実験から得られたモーメントは概ね一致した。

最後にMCDPモデルと弾性モデルを対比させるために基本ケース（表－2）の物性値をもとに移動土塊を弾性体として設定した解析を行った。この解析結果をケース4として図－7に示す。モーメントはMCDPモデルを用いたケース1に比べて小さい。また谷側土塊の崩壊傾向は認められなかった。

4.2.5　まとめ

遠心載荷実験によって観察された斜面の崩壊形態と杭に作用したモーメントの機構について考察し，FEM解析の適用性と課題について検討した。

谷側土塊の崩壊形態と領域がFEMにより再現できたことから，地盤の粘直力と内部摩擦角が把握できれば，FEMを用いてすべり面の形成とすべり域を推定するこ

とができると考えられる。もちろん自然斜面は，不均質で不確定性が高いため，これらの強度物性値を調査・試験から得ることは難しい。しかしながら，ボーリングコア性状，標準貫入試験，孔内水平載荷試験，弾性波探査などに基づいて，強度の下限値を推定できれば，斜面掘削などに起因した崩壊域を推定するための一手段としてFEMが利用できる可能性がある。

移動層を弾性体としてモデル化すると谷側土塊の塑性破壊の影響が反映されないため，測定された杭のモーメントは再現できない。本事例ではMCDP弾塑性構成則を用いることで谷側土塊の塑性破壊によって発生した杭のモーメントを概ね再現することができた。移動土塊が軟弱である場合など，本モデルを適用すればより信頼性の高い設計が可能と考えられる。

一方，本遠心載荷模型実験で生じた杭頭周辺の大きな沈下をFEMで定量的に再現するにはいたらなかった。今後は，大変形を扱える解析手法の適用も考えられる。また，今回のFEM解析においては，谷側土塊を支えていた荷重が完全に除去されたものとしたが，可動壁を引き上げる際の壁の変位を境界条件として設定することで崩壊及び杭のモーメントの発生機構をより適確にモデル化できると考えられる。

本実験や文献レビューで挙げた実現象の再現解析は，FEMによる設計手法の実用化のために重要であり，今後も実施されることが望まれる。

参考文献

1）建設省河川局監修，社団法人日本河川協会編（2002）：建設省河川砂防技術基準（案）同解説・計画編.

2）地すべり鋼管杭設計要領幹事会（2003）：地すべり鋼管杭設計要領，（社）地すべり対策技術協会.

3）鵜飼恵三，萩原敏行，井田寿朗（1993）：モデル化された切土斜面の３次元安定解析と留意点，地すべり，Vol.29，No.４，pp.18－24.

4）五瀬伸吾，鵜飼恵三，落合英俊（1997）：３次元弾塑性FEM解析による杭基礎の水平方向拳動予測に関する研究，九州大学工学集報，Vol.70，No.２，pp.167－174.

5）Wakai, A. Gose, S. Ugai, K.(1999)：３D-Elasto-plastic finite element analyses of pile foundations subjected to lateral loading, Soils and Foundations, Vo.39，No.１，pp.97－111.

6）木下慎逸，田中比月，酒井哲也，吉松弘行（2001）：地すべりにおける深礎杭の３次元FEM解析事例，地すべり，Vo.38，No.３，pp.108－115.

7）藤田寿雄，吉松弘行，白石一夫（1987）：地すべり対策工の拳動と有限要素法による解析，地すべり，Vol.24，No.３，pp.15－22.

8）伊藤民夫，中橋貞雄，田中弘（1993）：遠心載荷実験による地すべり抑止杭作用荷重の基礎研究，こうえいフォーラムNo.２，pp.25－31.

9）Jeong, S.S. & Kim, B.C.(2001)：Design method for stabilizing piles to increase slope stability, Geotechnical Engineering, Edited by Ho&Li, pp.777－781.

（原稿受付2005年１月６日，原稿受理2005年１月７日）

地すべり解析における有限要素法の利用 第13回 Finite element method for landslide analysis No.13

4．FEMの地すべり解析への適用例
Application of FEM for landslide analysis

山田正雄／国土防災技術株式会社
Masao YAMADA／Japan Conservation Engineers Co., Ltd.

大野亮一／国土防災技術株式会社
Ryoichi OHNO／Japan Conservation Engineers Co., Ltd.

キーワード：杭工，杭工設計式，FEM解析
Key words：pile work, pile design method, FEM analysis

4.2　杭工におけるFEM解析

4.2.1　はじめに

今回は抑止工法としてよく用いられる杭工を取りあげ，FEM解析の適用例を紹介する。

杭工のメカニズムについては，「地盤に密着させて埋め込まれた鋼管杭は，地すべりの移動または山側からの地すべり土圧（推力）を受けてたわむ。それに伴って杭材に発生する曲げモーメントおよびせん断力と地すべり推力とをつり合わせ，または推力の一部を地盤反力によって支持する」(地すべり鋼管杭設計要領，2003)，すなわち，杭の変形が移動層と基岩層に力を伝達し土塊の地盤反力によって支持するとされている。そのため杭工が採用される場合は杭背面の地盤反力が期待できるかどうかがポイントで，地盤反力の有無は設計時の大事な留意点の一つである。杭工には種々の設計式があり，本稿では従来の実務における杭工設計に対するFEM解析結果を紹介し，現在のFEM解析の位置づけを提示したい。

4.2.2　杭工の設計式の種類

地すべり鋼管杭設計要領（2003）では，地すべりにおける杭の設計式として作用外力の分布型，杭谷側の有効抵抗力，地すべり活動状況の違いによって，くさび杭，補強杭，せん断杭，抑え杭の４つに分類しており，地すべりの実態に合わせて杭の設計式を適用する必要があるとしている。

くさび杭は，移動層と基岩層が相対的に変位する場合の杭の挙動を解析するもので，すべり面位置に地すべり推力に相当するせん断力を付加する。地すべり移動が繰り返し発生する活動的な地すべりに適用される。

補強杭は，杭を弾性床上の梁として考え，地すべり推力は移動層部分に三角形分布荷重として与える。杭下流側移動層が安定していることが前提であり，杭の変形による杭下流側移動層の単独すべりが発生しない条件を課している。一旦安定状態にある地すべりの安定度をさらに確保する目的で適用される。

抑え杭は，すべり面深度の1/2～1/3の深度に集中荷重を与え，すべり面より上を片持ち梁として，基岩層部分は地盤反力を期待して解析するもので，斜面勾配が急で杭谷側移動層の地盤支持力が期待できない場合に適用する。

せん断杭は，すべり面におけるせん断抵抗力で地すべりを抑止するもので杭のモーメントやたわみを考慮しておらず最近ではあまり使われていない。

4.2.3　杭工のFEM解析例

⑴　解析課題

仮想断面を用いて，通常の設計に用いられる地すべり対策工の設計諸量と，FEM解析から得られる変位・力といった解析諸量との対応関係についてみていきたい。

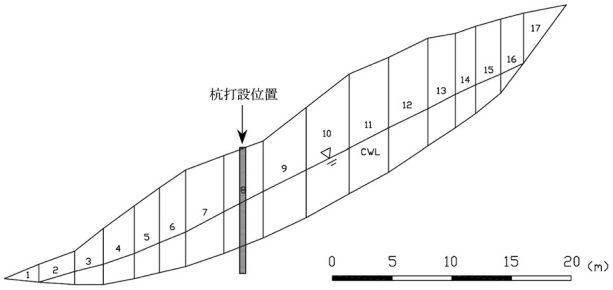
図－１のような斜面（斜面長50m，平均傾斜角26°，最大移動層厚10m）における杭工を計画する（FEM解析との比較に主眼をおくため横断方向の杭間隔を1.0m固定とする）。図に示す位置にくさび杭，補強杭，抑え杭をそれぞれ設計し，FEM解析との比較をおこなった。なお，初期安全率は地下水排除工実施後の斜面安全率とし，1.05とする。

⑵　各種杭工の設計

各種杭工のたわみ，曲げモーメント，せん断力の計算を以下の手順で行った。

１）最初に，地下水排除工実施段階における安全率1.05で逆算により粘着力を求めた。安定解析には非円弧すべり断面用の安定解析式である簡易Janbu法を採用した。

２）初期安全率1.05，目標（達成）安全率を1.20（15%増）として，くさび杭による設計をおこない杭規格を調整した。



図－１　解析斜面とスライス分割

3）次に，同規格の杭，同じ杭間隔1.0mで補強杭，抑え杭の設計を行った。このとき達成安全率はそれぞれ1.38（33%増），1.08（3％増）であった。また負担推力Huはくさび杭353kN，補強杭793kN，抑え杭66kNとなった。各種杭工の設計諸量を表－1に示す。

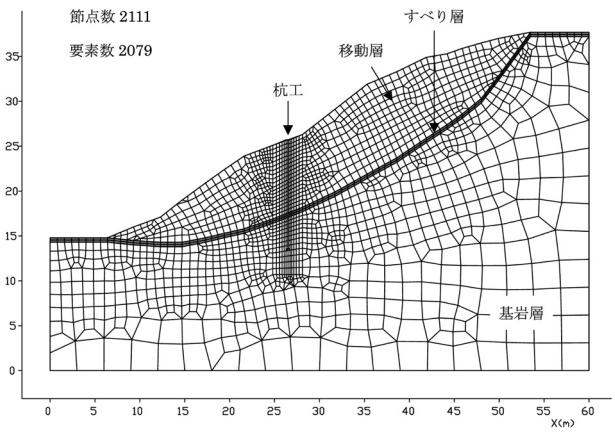
4）最後に同様の杭規格でFEM解析をおこない，杭のたわみ，曲げモーメント，せん断力を調べた。

(3) FEM解析条件

解析領域は図－2に示すメッシュで表現した。解析条件，その他諸元を以下に示す。

表－1　各種杭工設計諸量

共通項目	杭規格	D300・t16.5	(SCW490CF同等)
	杭剛性EI	29,628	[kNm^2]
	杭断面係数Z	987.6	[cm^3]
	杭断面積A	146.96	[cm^2]
	初期安全率	1.05	
	横断方向杭間隔	1.0	[m]
	接線力総和ΣT	2,988	[kN]
	すべり面傾斜角α	21.5	[°]
	すべり面深度h	8.15	[m]
くさび杭	負担水平推力H_u	353	[kN]
	達成安全率	1.20	
	杭の根入長l_r	3.85	[m]
	杭の全長l_p	12.00	[m]
	移動層の受動土圧Q_{P1}	1,487	[kN]
	基岩層の受動土圧Q_{P2}	6,612	[kN]
補強杭	負担水平推力H_u	793	[kN]
	達成安全率	1.38	
	杭の根入長l_r	3.35	[m]
	杭の全長l_p	11.50	[m]
	移動層の受動土圧Q_{P1}	-	[kN]
	基岩層の受動土圧Q_{P2}	-	[kN]
抑え杭	負担水平推力H_u	66	[kN]
	達成安全率	1.08	
	杭の根入長l_r	4.35	[m]
	杭の全長l_p	12.50	[m]
	移動層の受動土圧Q_{P1}	1,487	[kN]
	基岩層の受動土圧Q_{P2}	7,513	[kN]



図－2　メッシュ分割（杭打設時）

1）解析手法：二次元鉛直断面の弾塑性有限要素法を用いる。

2）解析領域の設定：解析範囲の左右及び底部境界は，すべりに影響を与えないように十分広い範囲とする。

3）杭体：杭体をFEMで取り扱う場合，梁要素もしくはソリッド要素（三次元）を用いるのが通例である。本稿では，二次元解析であり梁要素を採用している。なお，ソリッド要素は三次元解析のみ取扱い可能である。

断面力の検討においては，梁要素は杭諸元をそのまま設定可能（それを主目的とした要素）であるが，ソリッド要素は断面力の別途換算を要する。一方で，杭体と地盤の接触に関して，梁要素単体では接触面の概念を持ち得ないのに対し，ソリッド要素は接触面の力学的取り扱いが可能である。

4）杭体と地盤の接触面：杭型ジョイント要素を用いて杭－地盤間の接触面を考慮した。杭型ジョイント要素とは通常の面型（線型）ジョイント要素と異なり，ジョイント節点の片組みは，地盤をあらわす平面ひずみ要素と節点を共有せず，杭を表現する梁要素とのみ節点を共有する。いいかえれば，杭は地盤と直接に節点を共有しない。

なお，ジョイントの設定値はグラウトの付着強度を見込んで，移動層で100kPa，基岩層では500kPaのせん断強度とした。

5）二次元・三次元解析：杭の解析において次元数の差異が顕著となる項目は，杭－地盤の接触面と杭打設間隔である。

厳密に杭－地盤の接触面を考慮するには，三次元解析で杭をソリッド要素で表現する（物理的な杭径を有する要素をモデル内に構築する）のがもっとも素直な方法と思われる。梁要素で接触面を評価するには，4）で触れたように杭型ジョイント要素を媒介とする等の工夫が必要となる。

また，二次元解析では杭の横断方向打設間隔にあわせて，奥行き単位長1.0mに適合するよう杭剛性または地盤物性の等価置換が必要となる点にも留意されたい（Wakai *et al.*, 1997）。今回は，打設間隔を1.0mとしており，とくに等価置換はおこなっていない。三次元解析では，打設間隔に応じたメッシュ構築とすればよい。

6）すべり面（層）：すべりの表現には本来，面型ジョイント要素が最適だが，ジョイントと梁の交差（すべり面と杭の交差）の取り扱いがやや煩雑であることや，ジョイントの替わりに引張抵抗が限りなくゼロに近くかつ破壊しない平面要素としても解析結果には影響を与えないことから，すべり現象を適切に再現するためジョイント要素ではなく平面要素とした。ただし，冠頭部すべり面位置にのみ，ジョイント要素を設定し，開口亀裂を再現するようにした。

7）外力：FEM解析では，対象領域に自重や分布荷重・点荷重・強制変位など外力を与える必要がある。地すべり現象もなんらかの外力を付加することで再現される。既往の解析事例では，水位上昇に伴う間隙水圧を外力として与える方法（吉松1983，石井ら2004）や，すべり層を挟む上下層に強制（相対）変位を与える方法（鵜飼・蔡，2001）がある。間隙水圧を外力として与える方法は，地盤の初期応力状態によっては，単なる弾性領域の除荷にとどまり，想定するすべりをうまく再現できない場合がある。また，強制変位を与える方法は，今回のような斜面全体を対象とする場合，その設定が難しい。本稿ではすべりを発生させる外力は自重のみとし，単純に応力ゼロの状態から，10～20ステップで段階的に土塊に自重を加え，変位・応力および杭体の挙動を計算した。

8）物性値：平面要素である移動層，基岩層，すべり層と梁要素である杭体の物性値一覧を表－2に示す。表中の変形係数はくさび杭の設計において参照（道路橋示方書，2002）されたものである。基本的に，地盤の弾性（変形）係数など，通常設計時に使用したものを採用し，ポアソン比など他の値も，想定したN値（移動層15，基岩層115）から想定される一般値を採用している。物性値の一般値は既報（山崎・山田，2004）も参照されたい。なお，すべり層の変形係数の設定は任意であり，かつ非常に重要なパラメータの一つであることから，ここではcase 1（＝6000kN/m^2），case2（＝2000kN/m^2）の2通りを設定した。

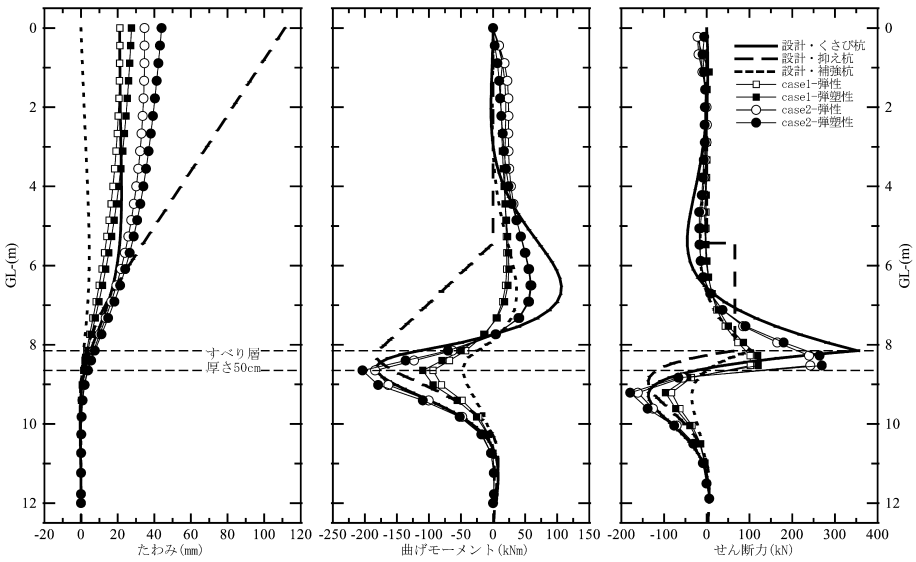
(4) 杭の挙動に関する考察

図－3は，FEM解析結果4パターン（case 1，case 2が弾性・弾塑性の組合わせ）と通常設計のくさび杭，補強杭，抑え杭の合計7パターンについて杭のたわみ，曲げモーメント，せん断力を比較したものである。弾性解析と比較して弾塑性解析のたわみ増分が塑性変形分である。塑性域の分布をみると杭上流側移動層で杭の変形が大きくそれに土塊が追随する形で塑性変形によるせん断破壊が生じていた。

杭のたわみは，くさび杭が，FEM解析のcase 1（すべり層の変形係数6000kN/m^2）とcase 2（2000kN/m^2）の中間の値をとり，補強杭よりも大きな値を示す。くさび杭ではすべり面に大きな地すべり推力を作用させてい

表－2　FEM解析における物性値一覧

			基岩層	移動層	すべり面
平面ひずみ要素	弾性係数E	[kN/m^2]	217,000	23,000	6,000(case1) 2,000(case2)
	ポアソン比ν	[−]	0.35	0.40	0.45
	粘着力c	[kN/m^2]	800	50	10.7
	内部摩擦角ϕ	[°]	35	30	25
	単位体積重量γ	[kN/m^3]	23.9	19	18
	ひずみ硬化率H'	[kN/m^2]	0	0	0
	引張強度σ_{tf}	[kN/m^2]	800	200	100
梁要素	ヤング率E	[kN/m^2]	2.0E+08		
	断面二次モーメントI_z	[m^4]	1.4814E-04		
	断面積A	[m^2]	1.4696E-02		



図－3　各種杭工のたわみ・曲げモーメント・せん断力

る点，補強杭では三角形分布の地すべり土圧を作用させ弾性的な杭の変位を対象としている点から，この結果はうなずける。その意味ではFEM解析結果はくさび杭の設計値にだいぶ近い結果となっている。なおcase 2の弾塑性杭のたわみはくさび杭の2倍に達する。この傾向は，鵜飼・蔡（2001）が，現行設計法は杭頭変位を過小評価するとの指摘と合致する。

杭の曲げモーメントをみると，すべり面より上のピークは補強杭がcase 1とcase 2の中間に位置し，すべり面より下の負のピークはくさび杭がcase 2の値が近い。設計値でみるとFEM解析結果はすべり面に大きな地すべり推力を作用させているくさび杭の値に近いが，これは，FEMではすべり層の変形係数を移動層よりも小さく設定しているためと考えられる。なお補強杭では移動層の他に直接すべり層を設定する概念がなく，すべり面強度定数を踏まえた安定解析より得られる杭負担荷重を与えて設計することで対応している。

杭のせん断力は，すべり面より上の正のピーク値をみると，変形係数がcase 1の場合，補強杭に近い値となり，case 2の場合くさび杭の値に近い。またすべり面より下の負のピークはcase 1とcase 2の間のときくさび杭の値に近い。

抑え杭では移動層の地盤反力が期待できないため，くさび杭の5倍強のたわみが発生しているが，基岩層ではくさび杭の曲げモーメントやせん断力に近い値となっている。これはすべり面より下の杭の設計式がくさび杭と抑え杭では作用位置が異なる（抑え杭では地すべり推力をすべり面からすべり面深度の1/3の位置に作用させる）ものの，地すべり推力が集中荷重である点で基本的に同じ設計式を用いているためと考えられる。

⑸　FEM解析と通常設計

FEM解析は非常に自由度の高い力学モデルであり，移動層，基岩層，すべり層の地盤定数等，パラメータの設定は任意である。たとえば，FEM解析で抑え杭を表現する場合，極端には杭下流側移動層を完全に除去した検討も可能である。ほかにもFEMの利用法として，たわみが大きいとき，移動層に形成される塑性域の影響などより突っ込んだ検討が可能となる。

今回は，移動層・基岩層に通常設計で算定されるN値を基にした物性値を与え，杭の挙動をFEMで表現した。また，ボーリング孔を利用した水平載荷試験等で各層の変形係数を取得すれば，合理的に杭の変形挙動を表現することができる。すべり層に適切な変形係数を与える必要は残されるが，これも，最大曲げモーメントおよび最大せん断力（あるいは負担推力）が合致するように，すべり層の変形係数を調整することで，くさび杭または補強杭に近い杭の挙動が再現される。

くさび杭，補強杭，抑止杭はいずれも作用外力の分布型，杭谷側の有効抵抗力，地すべり活動状況の違いが反映された設計式である。これに対し，現地調査を踏まえたFEM解析を実施し，地盤挙動を事前に把握することで，杭の設計式選定時には有力なツールとして活用することができるであろう。

4.2.4　おわりに

地すべり抑止工の代表例である杭工についてFEM解析を行い，その適用例を示した。FEM解析から得られる成果としては，設計実務の中でいままで見過ごされたものが，FEMを通して浮かび上がってくる部分があり，今後より解析事例を積み重ねる中で，FEMという力学モデルと各種設計法の対応が明確になってくるものと考える。

一方で，地すべり抑止杭工については設計式・解析モデルとも，まだ完成された段階にあるとはいえず，特に解析モデルの取扱いは標準と呼べるものがなく，専門家の中でも合意または総意が形成されていない事項が多い。

本稿では，比較的取扱いの容易な二次元解析を実施したが，本来地盤反力を力学モデルで表現するには，杭－地盤の接触面を三次元的に表現する必要がある。二次元解析は奥行き単位長であり，接触面を直接表現することはできない。とはいえ，三次元解析は高度の技術と手間を要するのも事実である。したがって，解析の内容により，二次元で検討してよいもの，三次元で取扱う必要があるもの，そうした内容の切分けも重要となってくる。

現在は，三次元FEM解析のツールも市販されており，三次元解析の使用頻度は今後ますます高まるであろう。地すべり抑止杭に関するさまざまな理論・課題に対し，FEM解析を駆使することで研究・開発が進展し，抑止杭工法の発展・改良に反映されることを期待したい。

参考文献

石井靖雄・藤澤和範・西本晴男・倉岡千郎・太田敬一（2004）：有限要素法解析によるくさび杭の設計式の適用範囲の検討，第43回日本地すべり学会研究発表会講演集，平成16年9月，pp. 423－424.

日本道路協会（2002）：「道路橋示方書（I共通編・IV下部構造編）・同解説」，平成14年3月，pp. 253－257.

日本地すべり学会（2003）：「新版地すべり鋼管杭設計要領」，地すべり対策技術協会，pp. 215.

鵜飼恵三・蔡飛（2001）：地すべり抑止杭の解析－現行設計法と弾塑性FEMの比較，地すべり，Vol. 38，No. 2，pp. 19－24.

Akihiko Wakai, Keizo Ugai, Tetsuo Matsuda and Shingo Gose (1997)：Analyses of lateral displacement of a pile supported abutment constructed in a soft subsoil profile, Soils and Foundations, Vol. 37，No. 4，pp. 65－76.

山崎孝成，山田正雄（2004）：講座「地すべり解析における有限要素法の利用第8回　2．FEMによる地すべり解析の基礎理論」，地すべり，Vol. 41，No. 1，pp. 74－77.

吉松弘行（1983）：有限要素法による地すべり斜面の安定解析について，地すべり，Vol. 20，No. 1，pp. 1－9.

（原稿受付2004年11月26日，原稿受理2005年1月6日）

地すべり解析における有限要素法の利用 第14回 Finite element method for landslide analysis No.14

4．FEMの地すべり解析への適用例
Application of FEM for landslide analysis

川本　治／独立行政法人　農業工学研究所
Osamu KAWAMOTO／National Institute for Rural Engineering

キーワード：進行性破壊，地すべり，有限要素解析
Key words：progressive failure, landslides, finite element analysis

4.3　進行性破壊と地すべり斜面の有限要素解析

4.3.1　はじめに

ここでは，FEMの地すべり解析への適用例として進行性破壊と地すべり斜面の有限要素解析について示す。我が国の多くの地すべりは過去の地すべりの再活動であり，この場合にはすべり面に沿って残留強度が発揮される。これは今日では広く認識されている事項であるが，地すべりによっては，一定の残留強度のみに基づいた安定計算方法では，崩壊機構を定量的に再現することができない場合も多い。一定の残留強度のみで崩壊機構を再現できない原因の一つとして，進行性破壊が考えられる。そのような場合は地すべり土塊の一部に進行性破壊を考慮したモデルを適用することで，実際の崩壊をより適確にシミュレートする事ができると考えられる。本稿では実際の地すべりを対象として進行性破壊を考慮した二次元・三次元弾塑性有限要素モデルによる解析結果を示す。最初に解析手法の概略について示した後，第三紀層の長大斜面の地すべりを二次元で解析した事例を示す。最後に，第三紀層で発生した小規模地すべりの三次元解析の事例を示す。

4.3.2　解析手法

文献[1),2)]に準じて解析手法の概略を示す。ひずみ軟化材料から成る斜面では破壊は進行的となり，ひずみ軟化率及びせん断帯の形成が崩壊荷重に大きく影響する。崩土内部で降伏関数fは以下のとおりに，応力 $\{\sigma\}$ および単一の軟化パラメータκに規定されるとする。

$$f(\{\sigma\},\kappa)=0 \quad \cdots\cdots(1)$$

$$\kappa=\int d\bar{\varepsilon}^p=2(de_x^p)^2+2(de_y^p)^2+2(de_z^p)^2+(d\gamma_{xy}^p)^2+(d\gamma_{yz}^p)^2+(d\gamma_{zx}^p)^2 \quad \cdots\cdots(2)$$

ここに，de_x^p～$d\gamma_{zx}^p$は塑性偏差ひずみ増分，二次元問題では$d\gamma_{yz}^p=d\gamma_{zx}^p=0$である。要素の面積を$F_e$，要素を横切るせん断帯の面積を$F_b$とすると面積比$S$は以下のとおりに定義される。

$$S=F_b/F_e \quad \cdots\cdots(3)$$

ここではせん断帯幅Wを指定し，近似的に$S=W/\sqrt{F_e}$としている。

三次元問題では(3)式のSを以下の体積比で定義する。

$$S=V_b/V_e \quad \cdots\cdots(4)$$

ここに，V_e，V_bはそれぞれ要素の体積，要素を横切るせん断帯の体積であり，近似的に$S=W/\sqrt[3]{V_e}$としている。

応力－ひずみ関係は次式で与えられる。

$$d\{\sigma\}=\left([D]-\left(S[D]\frac{\partial\psi\partial f^T}{\partial\{\sigma\}\partial\{\sigma\}}[D]\right)\Big/\left(A+S\frac{\partial f^T}{\partial\{\sigma\}}[D]\frac{\partial\psi}{\partial\{\sigma\}}\right)\right)d\{\varepsilon\} \quad \cdots\cdots(5)$$

ここに$[D]$は弾性マトリックス，ψは塑性ポテンシャル，Aはひずみ軟化率，$\{\varepsilon\}$は全ひずみである。降伏関数fはモール・クーロン型とし，次式で与える。

$$f=\alpha I_1+\{1/g(\theta)\}\sqrt{J_2}-K_p \quad \cdots\cdots(6)$$

$$g(\theta)=(3-\sin\phi)/\left\{2\sqrt{3}\left(\cos\theta-\sin\theta\sin\phi/\sqrt{3}\right)\right\},$$
$$\phi=\sin^{-1}\left\{3\sqrt{3}\alpha/(2+\sqrt{3}\alpha)\right\} \quad \cdots\cdots(7)$$

$$\alpha=\alpha_p-(\alpha_p-\alpha_f)\kappa/(B+\kappa) \quad \cdots\cdots(8)$$

$$\alpha_p=2\sin\phi_p'/\left\{\sqrt{3}(3-\sin\phi_p')\right\},$$
$$\alpha_f=2\sin\phi_f'/\left\{\sqrt{3}(3-\sin\phi_f')\right\} \quad \cdots\cdots(9)$$

$$K_p=\beta_p-(\beta_p-\beta_f)\kappa/(D+\kappa) \quad \cdots\cdots(10)$$

$$\beta_p=6c_p'\cos\phi_p'\left\{\sqrt{3}(3-\sin\phi_p')\right\},$$
$$\beta_f=6c_f'\cos\phi_f'\left\{\sqrt{3}(3-\sin\phi_f')\right\} \quad \cdots\cdots(11)$$

ここに，ϕ_p'はピーク内部摩擦角，ϕ_f'は臨界状態での内部摩擦角，c_p'はピーク粘着力，c_f'は臨界状態での粘着力，

B，Dは軟化率を規定する実験定数である。また，I_1，$\sqrt{J_2}$は応力不変量，θはLode角である。塑性ポテンシャルψはDrucker-Prager型とし，ダイレイタンシー角を規定する係数α'を次式で求める。

$$\alpha' = \alpha'_0\{1-\kappa/(F+\kappa)\} \cdots\cdots (12)$$

$$\alpha'_0 = \tan\Phi'_0\sqrt{9+12\tan^2\Phi'_0} \cdots\cdots (13)$$

ここに，Φ'_0は初期ダイレイタンシー角，Fは実験定数である。

4.3.3　第三紀層長大斜面の地すべり[3)]

兵庫県北神戸地区（美嚢郡吉川町）に位置し，神戸層郡吉川累層上部の風化凝灰岩分布域に発生した長大斜面の地すべりを二次元で解析した。

掘削工事に伴って露出した風化凝灰岩層でブロックサンプリングを行って三軸圧縮試験（CD試験）を実施し，不攪乱試料ピーク強度，完全軟化強度，変形特性，透水係数等の物性値及びせん断帯幅を測定した。用いた有限要素モデルを図－１に，物性値を表－１に示す。崩土と基盤の境界に残留強度まで強度低下した層を設定し，残留強度はプレカット試料を用いたリングせん断試験により評価した。浸透解析の結果（図－２）等をもとにして以下の手順で解析を行った。

(1)　自重に対応する節点力を求める。地下水面下の領域では水中単位体積重量を用いて自重を評価する。この領域の自重を飽和単位体積重量を用いて評価し，浸透解析を行う際に浸透力と併せて浮力を求めて弾塑性解析を行う際の荷重として用いても同様の結果が得られる。

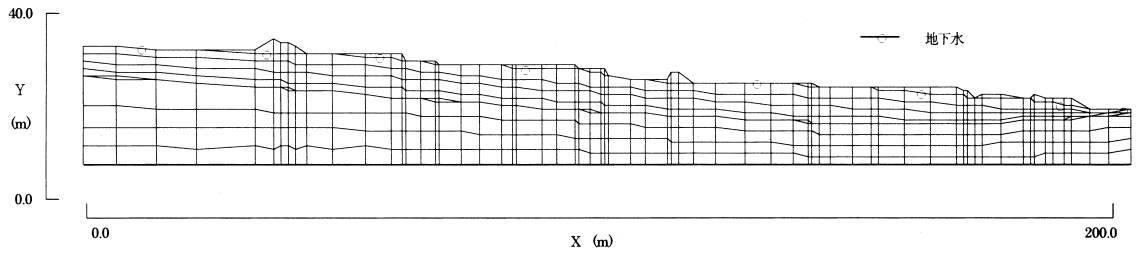
(2)　浸透解析結果から浸透力を求める。

(3)　(1)～(2)で求めた荷重の総和を求め，全体荷重とする。この荷重に係数（荷重係数）を乗じて増分的に作用させ，解析を行う。上限反復回数に達しても収束しない場合，すなわち斜面が崩壊に至る場合の荷重係数を限界荷重係数と呼ぶ。また，荷重係数が1.0となる状態は，現況の斜面で求められた荷重の全てが作用している状態であり，この状態での荷重係数を現況荷重係数と呼ぶ。実際に地すべりが生じている斜面では，弾塑性解析により求めた限界荷重係数が

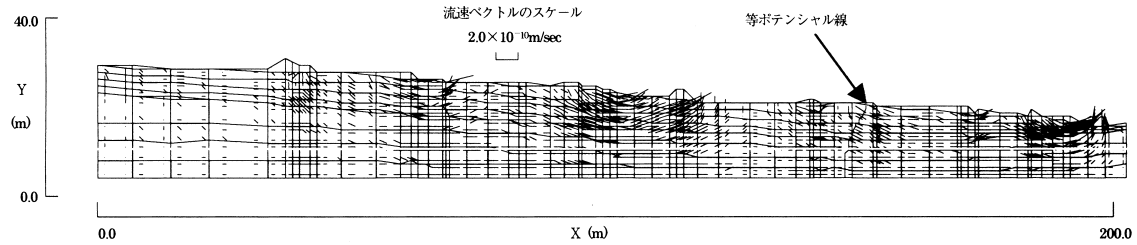
表－１　物性値（第三紀層長大斜面の地すべり）

E	（ヤング率）	8900.0 kPa
ν	（ポアソン比）	0.173
γ	（土の湿潤単位体積重量）	16.67 kN/m^3
γ_{sat}	（土の水中単位体積重量）	6.92 kN/m^3
W	（せん断帯幅）	0.0047m
k	（透水係数）	4.621×10^{-10} m/sec
c'$_r$	（残留強度粘着力）	0.48　kPa
ϕ'$_r$	（残留強度内部摩擦角）	6.2°
c'$_p$	（ピーク強度粘着力）	36.18　kPa
ϕ'$_p$	（ピーク強度内部摩擦角）	22.1°
c'$_f$	（完全軟化強度粘着力）	0.0　kPa
ϕ'$_f$	（完全軟化強度内部摩擦角）	22.1°

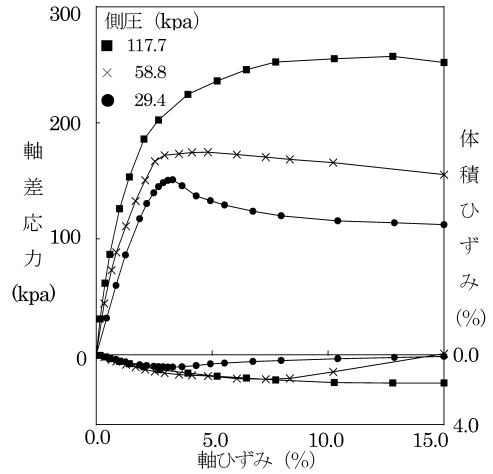
		Case 1	Case 2	Case 3
		（ひずみ軟化型）	（平均型）	（弾－完全塑性型）
Φo'	（初期ダイレイタンシー角）	5.15°	2.30	0.0
D	（粘着力低減係数）	3.00	7.92	-----
F	（ダイレイタンシー角低減係数）	3.00	7.92	-----



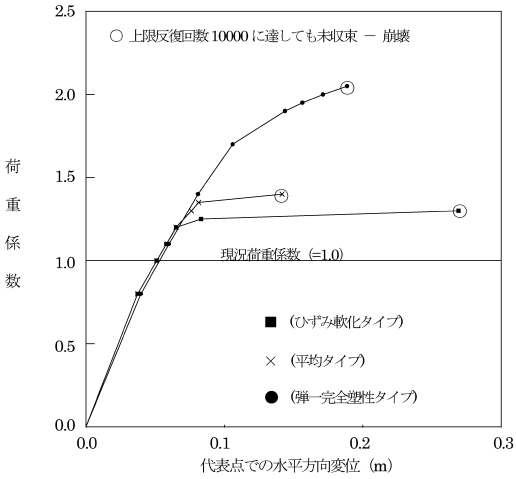
図－１　有限要素モデル（第三紀層長大斜面の地すべり）



図－２　浸透解析結果（第三紀層長大斜面の地すべり）



図－3　応力－ひずみ曲線（三軸圧縮試験結果）

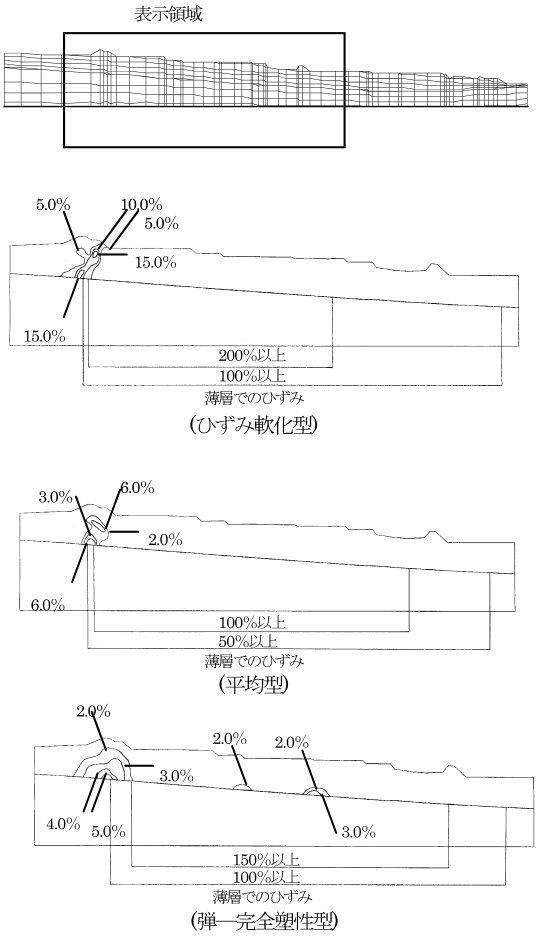


図－4　荷重－変位曲線（第三紀層長大斜面の地すべり）

現況荷重係数の1.0と一致するのが正解である。

不攪乱試料の応力－ひずみ関係の測定結果（図－3）は低側圧ではひずみ軟化が顕著であり，高側圧ではひずみみ軟化がほとんど見られない。低側圧に対応するひずみ軟化特性を用いた場合をひずみ軟化型，高側圧に対応する場合を弾－完全塑性型，両者の中間を平均型として解析を行った。

得られた荷重－変位関係を図－4に示す。崩土を弾－完全塑性型とした解析では1.0を大幅に超過する限界荷重係数となり，現状に対応しない。ひずみ軟化型では限界荷重係数は1.35～1.40となり正値に近づく。以上より，崩土内部で初生すべりが発生する場合にも，ピーク強度での破壊が継続すると仮定する弾－完全塑性体モデルよりもひずみ軟化弾塑性モデルによる（進行性破壊を考慮した）解析が精度の良い結果を与える。崩壊時の最大せん断ひずみを図－5に示す。地すべり頭部付近に最大せん断ひずみの集中領域が現れるとともに，崩土と基盤の境界に設定した薄層（残留強度層）にもひずみが集中しており，現況に対応している。

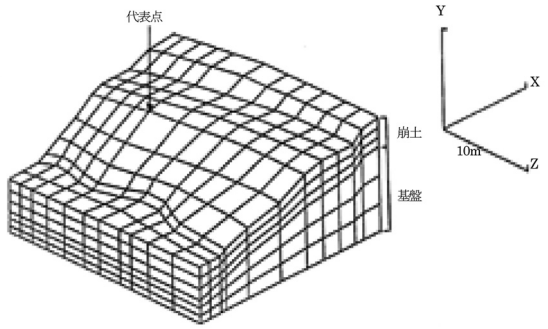


図－5　崩壊時の最大せん断ひずみ分布（第三紀層長大斜面の地すべり）

4.3.4　第三紀層における小規模地すべりの三次元解析

千葉県鴨川市宮・奈良地区に位置し，第三紀層風化泥岩の分布域に発生した小規模土塊の地すべりを解析した[4]。深度約1.2～1.5mの手堀り掘削孔でブロックサンプリングを行って三軸圧縮試験（CD試験）を実施して不攪乱試料ピーク強度，変形特性，透水係数等の物性値及びせん断帯幅を測定した。完全軟化強度は一面せん断（CD試験）を行い，残留強度はプレカット試料の一面せん断（CD試験）を行って求めた。用いた有限要素モデルを図－6に，物性値を表－2に示す（土の飽和単位体積重量は湿潤単位体積重量と一致しているので省略した）。

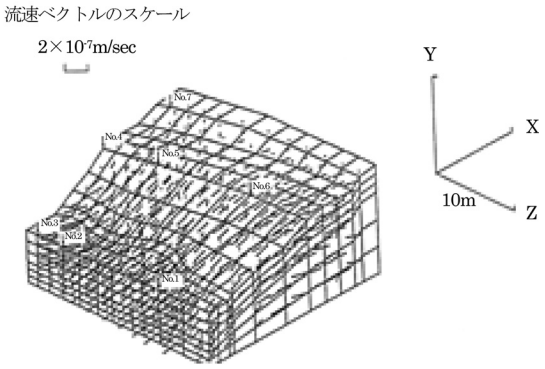
図－7に示す浸透解析の結果をもとに，前項の解析例と同等の手順により解析を行った。得られた荷重－変位関係を図－8に示す。強度低下した薄層を設定せず，弾－完全塑性モデルを用いた場合（Case 1）の限界荷重係数は1.0を大幅に超過し，地すべり斜面の現況には対応しない。崩土と基盤の境界に残留強度まで強度低下した薄層を設定したモデルのうち，崩土を弾－完全塑性モデルとした場合（Case 2）も限界荷重は実際よりも過大な値となる。これに対し，強度低下した薄層を設定するとともに，崩土での進行性破壊を考慮したモデル（Case 3）では妥当な限界荷重が求まる。Case 3での崩



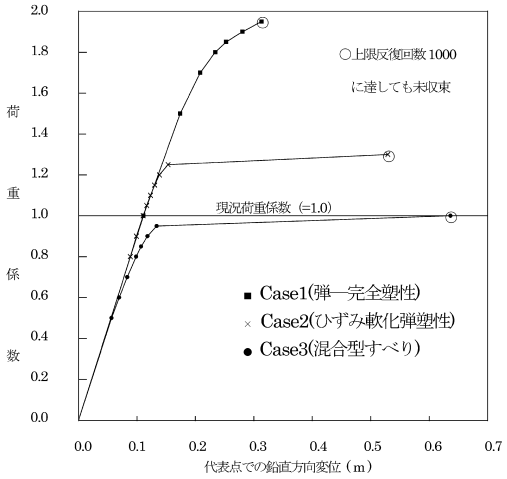
図－6　有限要素モデル（小規模地すべりの三次元解析）

表－2　物性値（小規模地すべりの三次元解析）

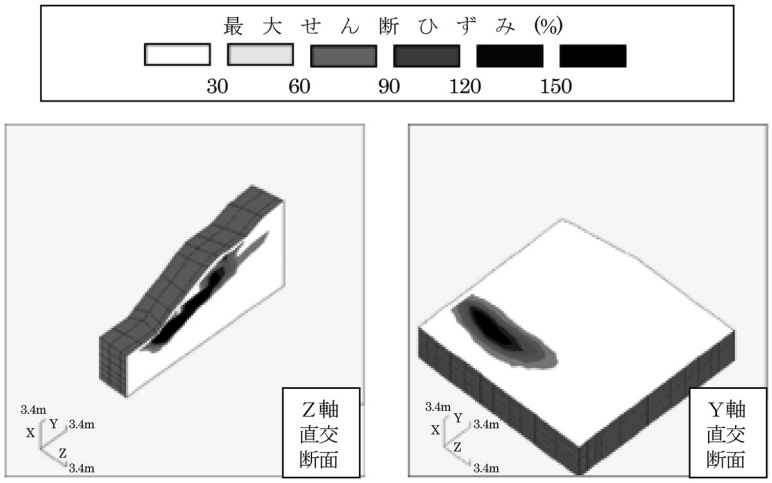
E	（ヤング率）	4501 kPa
ν	（ポアソン比）	0.288
γ	（土の湿潤体積重量）	19.81 kN/m^3
W	（せん断帯幅）	0.01m
c'_p	（ピーク強度粘着力）	9.61　kPa
ϕ'_p	（ピーク強度内部摩擦角）	19.5°
c'_f	（完全軟化強度粘着力）	3.63　kPa
ϕ'_f	（完全軟化強度内部摩擦角）	19.5°
c'_r	（残留強度粘着力）	4.41　kPa
ϕ'_r	（残留強度内部摩擦角）	13.9°
$\Phi o'$	（初期ダイレイタンシー角）	0.9°
D	（粘着力低減係数）	0.8
F	（ダイレイタンシー角低減係数）	0.8



図－7　浸透解析結果（小規模地すべりの三次元解析）



図－8　荷重－変位曲線（小規模地すべりの三次元解析）



図－9　崩壊時の最大せん断ひずみ（小規模地すべりの三次元解析）

壊時の最大せん断ひずみは図－9に示すとおりであり，実際のすべりと対応するひずみの集中領域が求まっている。以上より，過去の地すべりの履歴により残留強度まで強度が低下した薄層を設定するのみでなく，崩土内部での進行性破壊を考慮した解析が三次元問題でも精度の良い結果を与える。

参考文献

1）田中忠次（1987）：「土質力学における数値解析」，わかりやすい土質力学原論，土質工学会，pp.203－243.
2）川本治・田中忠次（1988）：弾塑性崩壊解析手法の斜面の崩壊解析事例への適用，土と基礎，36－5（364），pp.49－54.
3）川本治（2001）：混合型すべりモデルによる地すべり斜面の安定解析，地すべり，第38巻，第3号，pp.27－34.
4）川本治（1998）：斜面の三次元的な崩壊に関する研究－有限要素弾塑性解と斜面の崩壊現象との比較－，東京大学学位論文.

（原稿受付2005年1月28日，原稿受理2005年2月15日）

地すべり解析における有限要素法の利用 第15回 Finite element method for landslide analysis No.15

5．座談会／地すべり解析におけるFEMの今後の展望
Round-table Talk／The Future View of FEM in Landslide Analysis

楠本岳志／農林水産省中国四国農政局
Takeshi KUSUMOTO／Chugoku-Shikoku Regional Agricultural Administration Office, Ministry of Agriculture, Forestry and Fisheries

鵜飼恵三／群馬大学工学部
Keizo UGAI／Faculty of Engineering, Gunma University

吉松弘行／財団法人砂防・地すべり技術センター
Hiroyuki YOSHIMATSU／SABO Technical Center

倉岡千郎／日本工営株式会社
Senro KURAOKA／Nippon Koei Co., Ltd.

浅野志穂／独立行政法人森林総合研究所
Shiho ASANO／Forestry and Forest Products Research Institute

キーワード：有限要素法，地すべり，斜面安定
Key words：finite element method, landslide, slope stability

5.1　座談会の趣旨

本講座を通じて，地すべり現象の解析や対策工の設計におけるFEMの有効性や適用方法などが解説されてきた。今回は，こうした解析技術が一般の実務においてどのように取り扱われているかの現状を意見交換するとともに，今後FEMに関連する解析技術がどのように発展を遂げるべきか自由に議論をしていただくことを目的として，本稿の著者５名による座談会を実施した。なお，個々の発言はあくまで個人的見解を述べたものであり，発言者の所属組織の方針を代弁したものではないことに留意されたい。

5.2　座談会の会話より（抜粋）

講座委員会の委員長である群馬大学工学部の鵜飼恵三が司会進行を務めた。

鵜飼：本日はお忙しい中お集まりいただき有難うございます。地すべり解析，特に実務においてFEMを利用する場合のいろいろな問題について自由に討論をしてまいりたく存じます。

座談会風景

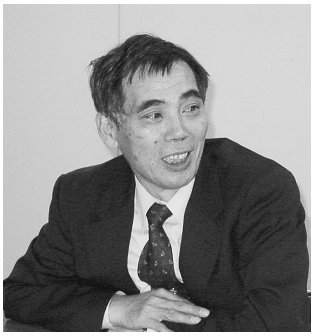
まず，これまでに実務にFEMを適用した事例の中で特に印象が残っているものがありましたら，どのような解析だったのかをご発言ください。

楠本岳志

吉松：三次元の飽和・不飽和浸透流解析などは実務で最近多く行われるようになったと思います。住民への説明責任を問われるケースが増えておりますので，過去に行ってきた対策に関して解りやすく評価をしなくてはならないとともに，今後どこに対策工を施工すれば安全率がこのくらい上がるといった検討も重要です。その場合，より具体的な議論ができるようになったという意味で，FEMはとても強力なツールであるという印象を持っています。

楠本：私もFEMのような解析技術を実務に応用していくことに賛成ですが，予測結果に関する評価は今後ますます重要になると思います。ある仮定に基づいてこういう水位変動が予想されたが，別の仮定では違う結果になってしまう可能性があるという認識や長期的に観測を続けながら予測結果をきちんと追跡評価していくことが必要でしょう。

倉岡：仰せのように浸透流解析などにより，地下水排除工の計画と設計の合理化を図ることは重要であり，そのような業務が増す機運にあると思います。また，民間企業の人間として様々な解析をやらせていただきま



吉松弘行

したが，浸透流解析の他に，長大斜面の掘削時の変位と応力を解析することで適切な法面を設計したり，崩壊した斜面の崩壊メカニズムをFEMにより検討して今後の対策に生かす例が挙げられます。

浅野：私も地下水浸透や大規模岩盤崩壊の問題などにおいてFEMが用いられる例を目にしますが，特に気になるのはモデル化する際の解析者の立場です。例えば住民の方含めてみんなで理解するために行う災害の再現や将来予測などの解析なのか，設計手法そのものを合理化しようとする解析なのか，それぞれの解析目的に応じてモデル化の主眼が変わるはずですし，その判断がFEMを上手に利用する上での鍵になるのではないかと考えています。

鵜飼：地すべり分野でFEMが用いられる場面は，みなさんが仰るように，特に浸透流解析への利用が多いという印象を持っています。ただ，地盤工学分野を見ると，むしろ変形・安定解析にFEMを積極的に利用しようという向きがあります。なぜ，地すべり分野での変形・安定解析にFEMがあまり普及していないのでしょうか。地質学的に古い年代の材料を相手にしなくてはいけないことや地盤内の不均質性，亀裂などの不連続性のモデル化が問題なのでしょうか。

楠本：地すべりでは，地盤工学一般の問題に比べて，不均一性や不確定な部分があるため解析に用いる力学定数を決めるのが非常に難しいと思います。これが，地すべり地をFEMでモデル化する上でのひとつの悩みになっていると思います。

吉松：地すべり土塊の厚さは極めて大きいですが，すべり面など大きな応力や変形が生じている箇所は全体のうち極めて限定された部分ですね。このような部分に対しても適切な物性値を与えることができるかが特に難しいでしょう。FEMは数値解析法としてはすでに完成度の高いツールであると思いますが，やはりモデル化と物性値の評価が今後の課題だと思います。

鵜飼：数値解析手法に見合ったモデル化と物性値の決め方も今後きちんと議論していかなくてはならないということでしょうか。

吉松：それの両方の議論がないと，予測した結果の妥当性を誰でも評価できるというふうにはならないでしょうね。誰でも比較的簡単に定数を決定できるような仕組みが必要なのだと思います。

浅野：別の観点から発言しますが，FEMを用いた逆解析なども最近はよく行います。電気探査などにおいて土の物性を評価するときにFEMで逆解析します。FEMに用いるべき定数を決定することは難しいことですが，現象をある仮定に基づいて評価する場合にどのような均質化がありうるかを検討する時に，FEMはとても有効な場合があります。

浅野志穂

鵜飼：逆解析という意味では，浸透流解析の場合でも，普通は土の浸透特性について過去の観測データなどに基づいて逆解析的に定数決定を行いますね。観測結果の逆解析という使い方もFEMの重要な側面だと思います。

定数決定のほかに，FEMでのモデル化についても十分に検討が必要であるというご意見が先ほどありましたが，これについてはいかがでしょうか。

楠本：地すべり全体の中で集水ボーリング一本をどのようにモデル化するかということ一つを取っても，厳密にモデル化するのか，何らかの均質化を行うのか，モデル化についてもわかりやすい指針のようなものが必要なのではないでしょうか。

浅野：その時も解析の目的に応じて，対策工の個別の挙動をどこまで細密に表現するかの判断が変わると思います。例えば規模の大きい地すべり全体をモデル化してのマクロな挙動を追う目的であるのに，モデル全体の中で一本の孔による水位変化の数10cmの違いを議論するのはスケール的に少し難しいような気がしますし，むしろそういう場合は，全体の傾向をとらえるためにある程度等価に均質化したモデル化を使うといったことなども必要になってくると思います。

鵜飼：対策はローカル，効果はグローバル，このあたりが難しいところですね。これについては，今後も議論がなされるべきだと思います。

従来設計法の枠組みの中では対策工の効果が必ずしも合理的に予測結果に反映されなかった実態を考えても，こうした問題に対して積極的な評価を行うことのできるFEMが，今後実務で使われる見通しはありますね。ところで，FEMが実務に利用されている現場は，こうした事情に配慮する必要がある現場，ということなのでしょうか。

楠本：国や地方公共団体の財政がたいへん厳しいことを考えますと，解析のコストは小さくないので，地すべりの規模や重要度が大きい場合でないと，FEMを個別の地すべり対策に適用するのは難しいのが現状ではないかと思います。だからこそ，せっかく解析をしたのであれば，対策工を設計したから終わり，というのではあまりにももったいないと思います。地すべりの管理に継続的にFEMを利用していくことを考えるべ

鵜飼恵三

きではないかと個人的には思います。

鵜飼：より大きな時間的スケールから考えた数値解析,という視点ですね。

楠本：そうです。同じ防災でも洪水予測などでは一般的な確率年の議論が，地すべり対策では基準化されていません。FEMを使えば,この辺の議論を行うことができるようになると思います。

吉松：少し概念的な話になりますが，地すべり対策の安全率1.2という数値を議論する場合，もともとそれは既往最大降雨のもとで1.2を確保しておけば，100年確率豪雨の時にでも安全率1.05程度は確保できる，というくらいの感覚があったものと思います。しかし，そういう確率的思考を明確に直接設計に取り入れる可能性が開けたという意味において，FEMの存在意義はきわめて大きいですね。

鵜飼：予算縮減により，あるいは地すべりの重要度に応じてこのあたりの確率年を調整することもできる。非常に判りやすい設計が可能となりますね。

吉松：今後は何か事業を考える場合に，FEMの解析で設計を行い，毎年施工しながら観測して対策工の評価を繰り返す，すなわち管理施工のような要領で防災事業をやっていくことだって考えられるでしょう。モニターする解析対象の選定項目も重要と思います。

鵜飼：モニターするのは，水位，変位など，従来と同じような内容でいいのでしょうか。

吉松：そうですね。本当は力や応力を知りたいところですが，一般には測定が困難でしょう。だからこそ，変形と力とをうまく結びつけられるFEMはとても有用であると思います。

倉岡：抑止工の設計においてもFEMは極めて有効です。地すべり抑止杭の設計にFEMを利用することを検討していますが，杭の変形，ひずみなどを計測すれば，そこに作用する分担力などを推定することができます。アンカー工なども同様でしょう。このように，構造物が介在する場合には力や変形を計測することもできます。したがって，実際に計測された力とFEMで求められた力とを比較することで，物性値を修正するなどしてFEMモデルを更新すると同時に設計の妥当性を確認することもできます。

浅野：吉松さんが仰ったように，変形に着目して実際の現象を評価できるのは，素晴らしいことだと思います。従来の極限平衡法ではなかなか変形の議論ができませんでした。力のバランス以外に確認する条件がありませんから，どうしても「滑った」「滑らない」という議論になります。それはもちろん非常に大切なことですが，実際の現象はそれだけではなく，動いているものを止めるという行為もありますから，変形を情報として提示してくれるFEMは，実現象を表現できる計算手法だとも言えると思います。

鵜飼：より現実に近い詳細な情報を与えてくれるというのは，住民にとって有難いことですね。地すべりもひとつの自然災害ですが，他の災害において最近さかんに住民避難の問題が叫ばれていることに関して，やはり地すべり対策もこのような方向に進んでいくべきでしょうか。

楠本：大多数の方々は，対策工事をしさえすればもう安全だと考えているように思います。でもそれは間違いで，今後はそのようなソフト対策もあわせて考えて行くべきでしょうね。

吉松：財政的な限界もありますし，住民の警戒避難を考えていくことはとても現実的と思います。FEMを利用することで，地すべりを文字通りすべりと言う運動量から管理していくということになりますね。FEMで得た結果の信頼性についても，徐々に説明責任を問われることになるでしょう。そうした場合には，先ほど議論のありました地盤の不均質さや物性値の問題もありますが，その他に，確率降雨として想定する降雨パターンをどのように決めたらよいか，また，解析領域をどの程度の広さに設定したらよいかなど，技術的な検討事項がいろいろとあると思います。このような学会の研究委員会で，技術者が互いの経験を共有し，FEMによる地すべり解析について，より実践的な技術を共同で確立していくべきだと思います。

鵜飼：FEMによる地すべり解析を考える上でのポイントとして，物性値の決め方，モデル化のあり方，それらを含めたガイドライン的なものの整備など，解析を実施するサイドからのいろいろなアイデアが議論されていますが，解析を発注する側からのご感想のようなものは特にありますでしょうか。

楠本：現実問題として，現場を相手にする場合，まず調査してみないと分からないので，何もわからない状態で調査が開始される。しかし，あとで「この現場はFEMで解析しながら対策工を検討したい」というふうに気付いたとしても，すでに調査は発注され，かなり業務が進んでしまっているんですね。つまり，最初からFEMで解析を行うことを前提に調査がなされない場合が多いのではないかと思います。

鵜飼：調査の前に，ここは「FEMで解析すべき」というふうに判断できたらいい，という意味ですね。しかし，現実にはかなり難しいでしょうね。

楠本：そうかも知れません。ただ，事業の着手当初から一貫してFEM解析を必要に応じて実施する可能性を視野に入れながら，地すべり地全体の特性を効率的に把握するにはどうしたらよいか，バランス感覚のある調査が望まれるのだと思います。良い調査を行わない

と，FEMの「良さ」を十分に引き出せなくなってしまいます。一部の方がFEMは高くつくという印象をお持ちの背景には，費用対効果を踏まえた印象があるのだと思います。中途半端な調査に基づくFEM解析結果からFEMそのものの性能を評価されたのでは，少しFEM解析がかわいそうかなあと思いますね（笑）。

鵜飼：現場では，そのような調査がなされているのですか。

楠本：はい。大規模な地すべりの管理においては，やはりFEMによる浸透流解析が有効だと思います。そのための調査を行いました。できれば三次元の安定解析にもこれらを生かしていけたらと思っています。とにかく発注者も，FEMによる設計がどのようなものなのか，解析に関する知識をある程度もつべきなのだと思います。

吉松：規模が大きい地すべりでは管理が重要になるという話が先にもありましたが，調査と解析，評価，再解析といった具合に，長期的にFEMによる地すべり管理が行えるのが理想だと思います。しかし，FEM解析に必要なコストをなるべく抑えるために，有限要素メッシュの切り直し作業をできるだけ減らすような工夫をするなど，いくつか検討すべき点もあると思います。

倉岡：実際の現場では，やはり早くかつ安く解析を実施してほしいという声が多く聞かれます。厳密にモデル化して細密な有限要素メッシュに基づいて解析することも必要ですが，様々な現場に対応するためにより簡素なモデル化技術を開発する必要があると思います。不均質な系を効率的に近似して解くことができれば，「FEMは時間と費用がかかる」といった難しいイメージを払拭することができるでしょう。

浅野：そうしたことと同時に，FEMはどうも難しそうだという意識を払拭するには，解析実務における様々な高い壁を取り除くことが必要だと思います。極端な言い方をしますと，数字を入れれば比較的容易に答えが出るような枠組みがしっかりできれば，FEMはもっと普及すると思います。例えば極限平衡法による安定計算が広く普及したのは，基準化しているとかイメージを掴みやすいとかと同時に計算担当者が変わってもさほど結果が変わらない扱いやすさもあるからではないでしょうか。

吉松：FEMソフトの中身が完全にブラックボックス化するのもどうかと思いますが，計算に用いられている仮定や全体の流れはある程度つかんでおいて頂いた上で，できるだけ解析者が使いやすいインターフェイスを備えたソフトウェアが登場するといいと思います。

鵜飼：使いやすさの点ではまだまだソフトウェアに課せられた課題はありそうですね。いずれにせよ，多くの解析手法の中で，FEMでないと解析できないような問題というのは結構あるわけで，そういうものをもっと前面に出していけば，FEMの有効性をさらに理解して頂けるのではないかと思います。

楠本：いずれにせよ，一般の方はFEMの厳密な数学的定式化を理解しようとはしていないわけです。ですから，鵜飼先生が仰るように，FEMにより実際にうまく行った事例をもっと公開していただきたいですね。そういう積み重ねが普及につながるのだと思います。

倉岡千郎

鵜飼：そうですね。「地すべり解析におけるFEMの利用に関する研究委員会」の報告書では，事例を多く取り入れて，皆様に役立てていただける情報をご提供する予定です。

楠本：また，先ほど出ました費用対効果ということに関しましては，例えば，スケールメリットを意識したFEMの利用法なども考えられそうですね。１つの地すべり地ブロックではなく広域を空中探査したり，デジタル地形図を作って，最低限の地上での調査結果をふまえて一度に広域をモデル化する。その結果として，FEMで広域エリアの危険度判定ができるのではないでしょうか。

鵜飼：ハザードマップを作成するような要領ですね。

吉 松：FEMによるデータ解析の論理構造はGISのそれと非常に似通った点があります。これは大いに利用すべきです。GISとFEMとは容易に連携ができると考えています。

浅野：調査技術も進化しています。多くの地盤のデータが集められるようになり三次元的なモデルを構築するための環境は整いつつあります。ハザードマップをはじめ，広域防災のニーズは今後も高まって行くでしょう。そこへFEMのような定量的に説明ができる手法が入ってくれれば，効果的だと思います。

倉岡：説明責任の点からも，対策のわかりやすさは大事です。そのためにも，もっとFEMに関する理解を産学官で一緒に深めていけたらいいですね。例えば鵜飼先生が以前に企画されたFEMに関する技術者講習会のようなものを，どんどん実施していったら良いのではないかと思います。

鵜飼：FEM解析が具体的にどのような手法で，どのような点に留意しなくてはいけないのか，また，解析をより効果的に行うにはどのような環境が整えばよいのか，いろいろなご提言がなされたと思います。

本日は活発なご討論を有難うございました。

5.3　座談会の概要と編集について

この座談会は平成17年２月４日，一時間半をかけて都内にて開催された。本稿はその会話の一部を講座委員である群馬大学工学部の若井明彦が編集，抜粋したものである。

（原稿受付2005年２月５日，原稿受理2005年２月28日）

地すべり解析における有限要素法の利用 第16回 Finite element method for landslide analysis No.16

6．講座を終えるにあたって

講座委員会委員長　鵜飼恵三／群馬大学工学部
Keizo UGAI／Faculty of Engineering, Gunma University

キーワード：有限要素法，地すべり，斜面安定
Key words：finite element method, landslide, slope stability

本講座を開始してから２年半が経ち，今回が最終回である。これまでに掲載された講座の内容を表－１に示す。紙数が限定されていたため，理論的な内容が中心であった前半部分は，詳しい説明を他の文献に頼らねばならず，理解しにくかったかもしれない。しかし，後半は実例が中心になったため，FEMへの関心が深まったのではなかろうか。特に，最後に掲載された“座談会”は，本講座の最後を締めくくるにふさわしいものであった。ぜひご一読をお薦めしたい。なお最近，地盤のFEMに関する新しい著作が地盤工学会から発刊されているので，参考にされたい[1),2),3)]。

地盤のFEMに関する講座は，他の学会では，これまでに何度も企画されている。しかし，斜面に特化したFEM講座は，他に例を見ない。地すべり学会であればこその企画であったと自負している。

本講座は，地すべり学会主催の研究委員会である“地すべり解析における有限要素法の利用に関する研究委員会”の運営と平行して進められた。講座の執筆者には，当該研究委員会の委員が多く加わっている。研究委員会の内容の深まりとともに，講座の内容も深みを増して行ったように思われる。最近，地すべり地の地下水挙動と排水トンネルや集水井など対策工の効果に関する数値解析が，実用化の段階に入ってきたように感じられる。本講座や研究委員会の存在が，そのような傾向をさらに強める方向に作用することを希望したい。

本講座は今号で終了するが，FEMの地すべり解析への利用は，さらに進展していくはずである。“地すべり解析における有限要素法の利用に関する研究委員会”では，ある破砕帯地すべりを対象にしてFEMなどを用いた一斉解析を企画している。これまで，沖積層の軟弱地盤や盛土を対象にした一斉解析（FEMなど数値解析）は多くあるが，自然斜面とその対策工を対象にして一斉解析をした例は，外国を含めて極めて少ない。これも地すべり学会であればこそ成し得る企画である。結果を大いに期待したい。

本講座の発案は群馬大学の若井明彦助教授である。企画から運営まで，ほとんどをお願いした。日本工営㈱の倉岡千郎氏には，講座の運営と執筆において多くの助力をいただいた。執筆者の方々にはお忙しい中，ご無理をお願いした。最後になりますが，お世話になった皆様に，深く感謝いたします。

表－１　講座の内容

回数	章．タイトル	執筆者（敬称略）	掲載号
1	1．講座を始めるにあたって	鵜飼恵三（群馬大）	40－1号
2	2．FEMによる地すべり解析の基礎理論 2.1　弾塑性FEMの考え方（前編）	鵜飼恵三（群馬大）	40－1号
3	2．FEMによる地すべり解析の基礎理論 2.1　弾塑性FEMの考え方（後編）	鵜飼恵三（群馬大）	40－2号
4	2．FEMによる地すべり解析の基礎理論 2.2　せん断強度低減法（SSRM）による全体安全率の計算	若井明彦・蔡　飛（群馬大）	40－3号
5	2．FEMによる地すべり解析の基礎理論 2.3　降雨・地下水浸透の解析	西田憲司(大林組)・山上拓男・蒋　景彩(徳島大)	40－4号
6	2．FEMによる地すべり解析の基礎理論 2.4　FEMによる地すべり対策工の効果判定	蔡　飛（群馬大）	40－5号
7	2．FEMによる地すべり解析の基礎理論 2.5　地震時安定問題	若井明彦（群馬大）	40－6号
8	2．FEMによる地すべり解析の基礎理論 2.6　地盤パラメータの設定	山崎孝成・山田正雄(国土防災)	41－1号
9	2．FEMによる地すべり解析の基礎理論 2.7　クリープ現象の数理モデル	西村伸一(岡山大)・堀俊男(ウエスコ)・藤井弘章	41－2号
10	3．弾塑性FEMとその他の手法 3.1　斜面安定解析の数理基礎とその応用	大塚　悟(長岡技大)	41－3号
11	4．FEMの地すべり解析への適用例 4.1　FEM浸透流解析による集水井の最適配置の検討	角田信吉(群馬県)・鵜飼恵三・若井明彦・蔡飛（群馬大学）・倉岡千郎・牧野孝久（日本工営）	41－4号
12	3．弾塑性FEMとその他の手法 3.2　平面すべり面を有する斜面に打設された抑止杭の遠心載荷模型実験及びFEM解析	倉岡千郎・李黎明（日本工営）・鵜飼恵三・若井明彦・蔡飛・蔡光石（群馬大学）	41－5号
13	4．FEMの地すべり解析への適用例 4.2　杭工におけるFEM解析	山田正雄・大野亮一(国土防災)	41－6号
14	4．FEMの地すべり解析への適用例 4.3　進行性破壊と地すべり斜面の有限要素解析	川本　治（農業技術研究機構）	42－1号
15	5．地すべり解析におけるFEMの今後の展望 ＜座談会＞	楠本岳志（農水省中国四国農政局）・吉松弘行(砂防・地すべり技術センター)・浅野志穂（森林総合研究所）・鵜飼恵三（群馬大学）・倉岡千郎（日本工営）	42－2号
16	6．講座を終えるにあたって	鵜飼恵三（群馬大）	42－2号

※お詫びと訂正：41－５号において掲載された記事は「4.2　平面すべり面を有する斜面に打設された抑止杭の遠心載荷模型実験及びFEM解析」というタイトルでしたが，正しくは「3.2」でした。ここに記してお詫び申し上げます。

参考文献

1）地盤工学会（2003）：はじめて学ぶ有限要素法，地盤技術者のためのFEMシリーズ第①巻.
2）地盤工学会（2003）：弾塑性有限要素法がわかる，地盤技術者のためのFEMシリーズ第②巻.
3）地盤工学会（2003）：弾塑性有限要素法をつかう，地盤技術者のためのFEMシリーズ第③巻.

（原稿受付2005年２月16日，原稿受理2005年２月21日）